

Impédance d'une bobine

1. Introduction

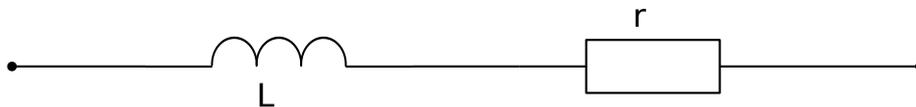
L'objectif est de mesurer l'impédance d'une bobine à différentes fréquences afin de proposer un schéma équivalent.

Matériel :

- ▷ Bobine sans noyau 500 ou 1000 spires.
- ▷ Résistances $1000\ \Omega$ et $10\ \Omega$ (boîtes AOIP).
- ▷ Condensateur $1\ \mu\text{F}$.
- ▷ Multimètre.
- ▷ Carte d'acquisition.
- ▷ LC-mètre.

2. Modèle RL

Une première approche consiste à supposer que la bobine peut être modélisée par l'association en série d'une résistance r et d'une auto-inductance L .



La résistance est mesurée à fréquence nulle avec un Ohmmètre. L'auto-inductance est déterminée à partir de la fréquence de résonance d'un circuit RLC construit avec la bobine, un condensateur de $1\ \mu\text{F}$ et une résistance de $10\ \Omega$.

Mesurer la résistance de la bobine avec l'ohmmètre. En déduire r avec son incertitude.

Représenter le schéma électrique du circuit RLC et déterminer l'expression de la fréquence de résonance de l'intensité du courant.

Compléter le schéma pour préciser le branchement des deux voies de l'oscilloscope.

Réaliser le circuit. Expliquer comment la fréquence de résonance est obtenue.

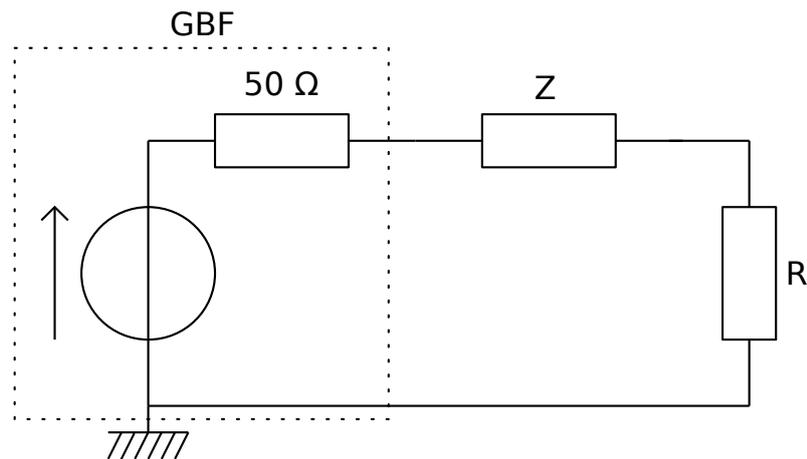
Donner la valeur de la fréquence de résonance avec son incertitude. En déduire la valeur de L avec son incertitude.

Après avoir mesuré la capacité du condensateur, calculer la valeur de L et donner son incertitude.

3. Mesure d'impédance

3.a. Principe

Pour vérifier la validité du modèle précédent, il faut effectuer des mesures d'impédance à différentes fréquences. La figure suivante montre le circuit utilisé pour mesurer l'impédance Z inconnue.



Le GBF (dont on a représenté la résistance de sortie) délivre une tension sinusoïdale de fréquence f . Le module de l'impédance complexe est facilement obtenu au moyen d'un voltmètre en mode AC, qui mesure une tension efficace.

Donner la définition de la tension efficace d'une tension périodique de valeur moyenne nulle, sous forme d'une intégrale.
Décrire la procédure expérimentale permettant de déterminer $|Z|$.
Réaliser le circuit avec $R = 1000 \Omega$ après avoir relevé la valeur précise de R avec l'ohmmètre.
Déterminer $|Z|$ (avec son incertitude) pour $f = 100 \text{ Hz}$ et $f = 1000 \text{ Hz}$.
Ces valeurs sont-elles en accord avec les valeurs de r et L déterminées précédemment ?

3.b. Mesure complète

Une mesure complète de l'impédance doit aussi donner son argument ϕ . Soit $u(t)$ la tension aux bornes de Z en régime sinusoïdal permanent et $i(t)$ l'intensité du courant dans Z .

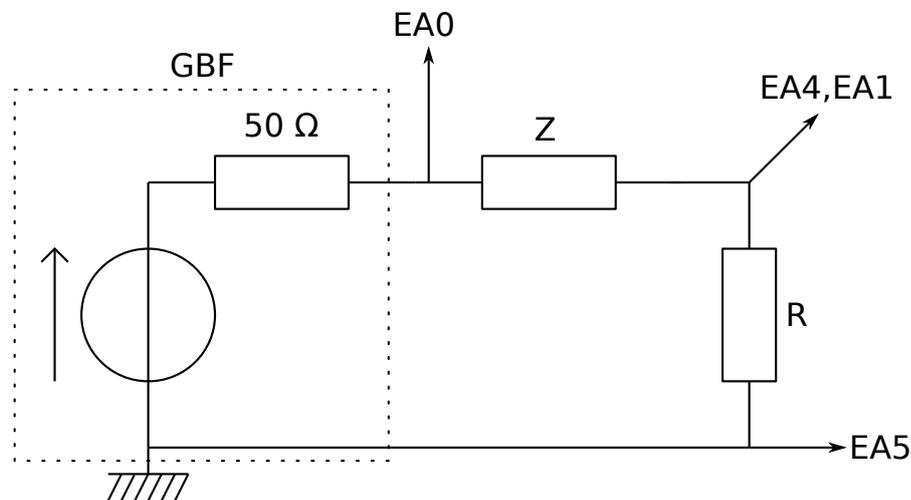
Démontrer que :

$$\frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\phi)$$

Soient u_k et i_k les signaux échantillonnés. Comment calculer l'intégrale précédente ?

Comment calculer les valeurs efficaces ? En déduire la méthode numérique de calcul de $\cos(\phi)$ à partir des signaux échantillonnés.

Le branchement suivant permet de faire la numérisation des deux tensions en mode différentiel avec la carte Sysam SP5 :



Le script [mesureImpedance.py](#) réalise l'acquisition des deux tensions et fait les calculs de $|Z|$ et de $\cos(\phi)$. Il faudra modifier la valeur de R au début du script.

Mesurer $|Z|$ et $\cos(\phi)$ pour une vingtaine de fréquences réparties entre 100 Hz et 50000 Hz. Reporter les valeurs dans un tableau enregistré dans un fichier CSV. Écrire un script python pour lire ce tableau (avec la fonction `numpy.loadtxt`). Tracer $|Z|$ en fonction de la fréquence.

Dans le cadre du modèle RL, exprimer R en fonction de la partie réelle de Z et L en fonction de la partie imaginaire de Z .

En déduire le tracé de R et L en fonction de la fréquence.

Dans quel domaine de fréquence le modèle RL est-il valable ?

3.c. Modélisation de la bobine

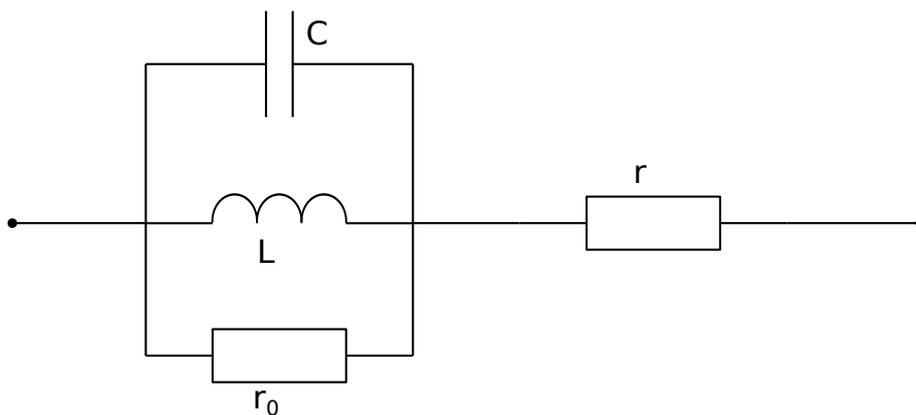
La principale cause de l'augmentation de R avec la fréquence est l'effet de peau. On rappelle l'expression de la profondeur de pénétration du champ électrique dans un conducteur de conductivité γ :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \gamma}}$$

Tracer δ en fonction de la fréquence pour le domaine de fréquence considéré ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ et $\gamma = 5,8 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$).

Expliquer pourquoi l'effet de peau est la cause d'une augmentation de la résistance avec la fréquence. Compte tenu du diamètre du fil de la bobine, cette explication de l'augmentation de la résistance est-elle plausible?

À haute fréquence, l'impédance de la bobine est affectée par la capacité qui apparaît entre les spires jointives. Afin de rendre compte du comportement de la bobine sur tout le domaine de fréquence étudié, on propose le modèle suivant :



Quelles sont les valeurs de L et r ?

Exprimer l'impédance complexe Z_m de ce modèle.

Dans le script python, affecter une valeur (grande) à r_0 et une valeur (petite) à C . Tracer $|Z_m|$ et $Re(Z_m)$ en fonction de la fréquence, sous la forme d'une courbe superposée aux points expérimentaux.

Ajuster la valeur de r_0 afin d'obtenir un accord satisfaisant entre le modèle et les résultats expérimentaux pour $Re(Z_m)$.

Ajuster la valeur de C afin d'obtenir un accord satisfaisant entre le modèle et les résultats expérimentaux pour $|Z_m|$.

Représenter le schéma équivalent de la bobine avec les valeurs retenues pour le modèle.