

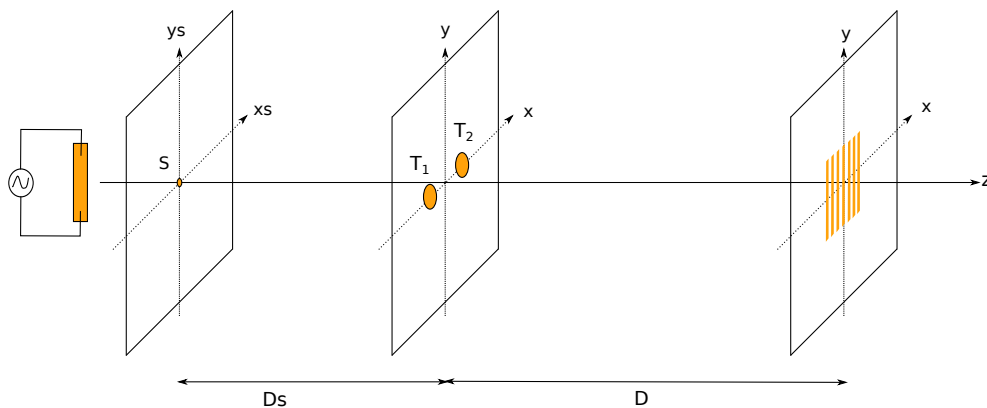
Interférences de Young

1. Expérience des trous d'Young

1.a. Description

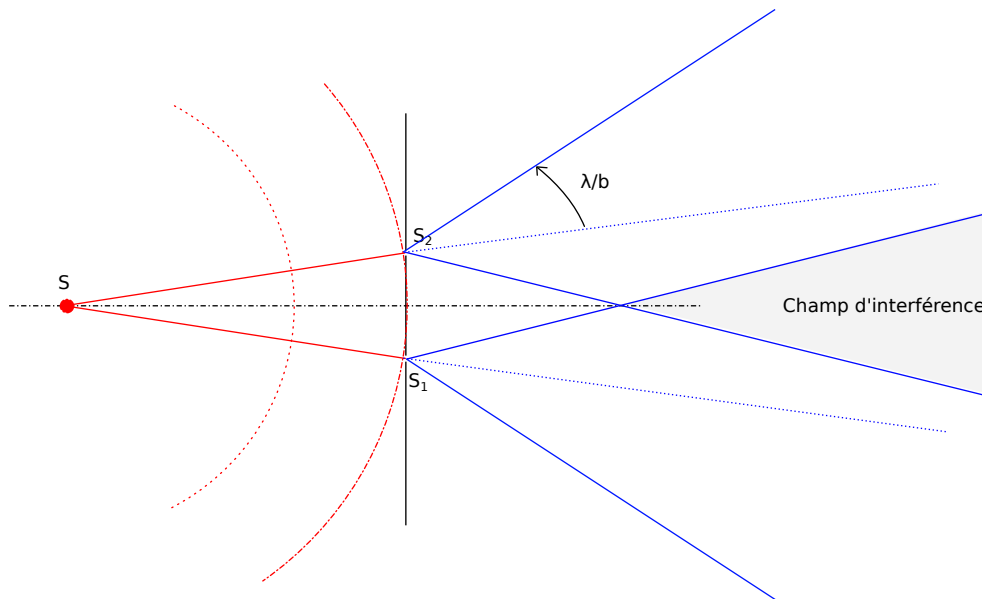
Thomas Young (physicien britannique 1773-1829) a découvert et étudié les interférences des ondes lumineuses en faisant une expérience avec deux fentes parallèles en 1802.

On considère tout d'abord une version simplifiée avec deux trous, plus simple à expliquer théoriquement.



Une source de lumière quasi monochromatique (par exemple une lampe à décharge) est placée derrière un écran percé d'un trou. Si le trou est assez petit, on obtient ainsi une source pratiquement ponctuelle S . Un autre écran, percé de deux trous très petits et très proches (distance de l'ordre du millimètre) est placé à une distance D_s de cette source. Le plan d'observation est placé à une distance D de ces deux trous. L'éclairement étant très faible, on utilise un instrument de vision direct (par ex. un oculaire) pour observer les interférences. Les distances D et D_s sont de l'ordre de quelques dizaines de centimètres.

1.b. Division du front d'onde



Pour étudier l'effet de l'écran percé des deux trous, on considère que la source S est parfaitement ponctuelle. L'onde sphérique émise par cette source rencontre l'écran opaque. Les deux trous, de taille très petite, sont éclairés par cette onde. Notons S_1 et S_2 les deux points où se trouvent les trous. La lumière traverse les trous par diffraction. L'optique géométrique ne peut donc pas expliquer le franchissement de l'écran. En revanche, elle reste valable de part et d'autre. À droite de l'écran, les deux trous se comportent comme deux sources ponctuelles cohérentes dont le déphasage est :

$$\phi(S_1) - \phi(S_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(SS_1 - SS_2) \quad (1)$$

Dans un premier temps, on suppose que $SS_1 = SS_2$ (bien que cette condition soit impossible à réaliser exactement). Les deux sources sont alors synchrones.

En réalité, les deux sources émettent à droite de l'écran de manière directionnelle, principalement dans un cône de diffraction. Si b est le diamètre des trous, ce cône a un demi-angle égal à environ λ/b . Par exemple, pour $a = 0,1$ mm, cet angle est d'environ 0,005 rad soit 0,3 deg. Cet angle est très petit mais, les deux trous étant très proches, les deux cônes se coupent à quelques centimètres de l'écran. La zone de recoupement des deux faisceaux est le *champ d'interférence*.

La méthode utilisée dans cette expérience pour diviser l'onde issue de la source S est appelée *division du front d'onde*, car les deux ondes résultantes sont issues de deux points différents du front d'onde.

L'animation ci-dessous montre la division d'une onde bidimensionnelle, représentée sous forme d'une surface. Dans la partie droite, on voit la superposition des deux ondes issues des deux sources ponctuelles secondaires.

1.c. Franges d'interférence

Les interférences observées sur le plan situé à une distance D de l'écran sont celles produites par deux sources ponctuelles cohérentes et synchrones. La distance D est très grande

par rapport à la distance entre les sources (notée a). On voit donc des franges rectilignes perpendiculaires à la droite S_1S_2 . La différence de marche en un point $M(x, y)$ du plan est :

$$\delta = n \frac{xa}{D} \quad (2)$$

où n est l'indice de l'air, dont la valeur est très proche de 1. Les deux trous sont éclairés avec la même intensité, donc on peut appliquer la formule de Fresnel avec $I_1 = I_2$:

$$I(x) = 2I_1 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right) \quad (3)$$

En réalité, l'intensité ne suit pas exactement la relation de Fresnel car les deux sources n'émettent pas de manière isotrope dans l'espace mais seulement dans un cône de diffraction. La formule de Fresnel représente approximativement le profil d'intensité dans la tache principale de diffraction.

L'interfrange est :

$$i = D \frac{\lambda}{a} \quad (4)$$

▷ Exercice : Calculer l'interfrange pour $a = 1,0 \text{ mm}$, $D = 1 \text{ m}$ et $\lambda = 500 \text{ nm}$.

La largeur du champ d'interférence est environ :

$$L = 2D \frac{\lambda}{b} \quad (5)$$

Le nombre de franges visibles est donc environ $\frac{L}{i} = \frac{2a}{b}$. Par exemple, pour $a = 1 \text{ mm}$ et $b = 0,2 \text{ mm}$, il y a environ 10 franges visibles. En conséquence, la différence de marche ne dépasse pas quelques longueurs d'onde. Pour une lumière quasi monochromatique, elle est donc largement inférieure à la longueur de cohérence, qui est supérieure au millimètre.

Lorsqu'on déplace le plan d'observation longitudinalement (dans la direction Z), les interférences sont toujours aussi bien contrastées, bien que leur luminosité diminue avec la distance. La figure d'interférence observée à une distance D' est la même que celle observée à une distance D , agrandie d'un facteur D'/D .

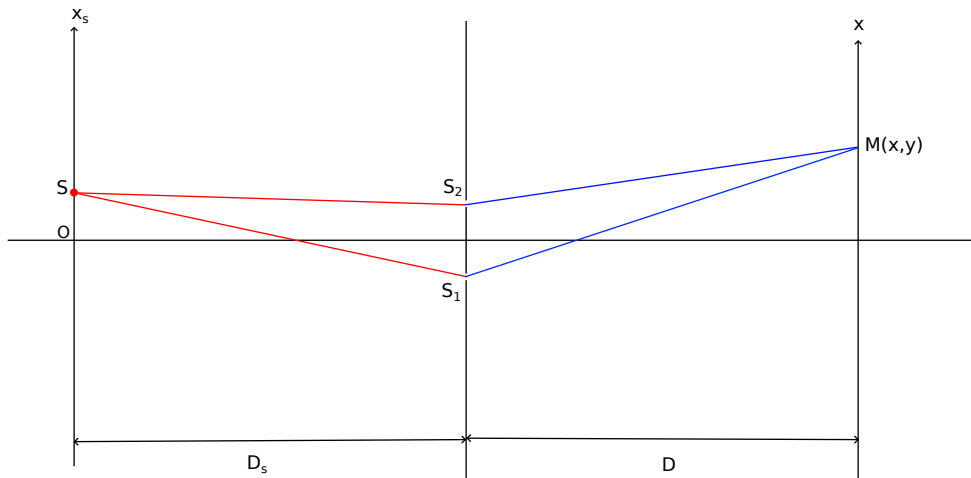
Lorsque les interférences sont visibles et bien contrastées quelque soit la position de l'écran dans le champ d'interférence, on dit que les interférences sont *non localisées*. Leur observation est aisée car elle ne nécessite pas de mise au point sur un plan précis.

La frange d'interférence constructive d'ordre 0 se trouve en $x = 0$, à égale distance des deux trous. Cela vient du fait que les deux trous sont à égale distance de la source.

La simulation [Diffraction par une ou plusieurs ouvertures](#) permet de voir la figure complète, pour des trous circulaires ou des trous carrés. La simulation [Expérience des trous d'Young](#) montre le profil d'intensité pour des trous circulaires.

1.d. Déplacement de la source

On considère un petit déplacement de la source sur l'axe x_S .



La différence de marche en un point M s'écrit à présent :

$$\delta = nSS_1 + nS_1M - n(SS_2 + S_2M) = n(SS_1 - SS_2) + n(S_1M - S_2M) \quad (6)$$

Le premier terme se calcule comme le second, car le déplacement de la source est très petit par rapport à la distance D_s . On a donc :

$$\delta = n \frac{x_s a}{D_s} + n \frac{x a}{D} \quad (7)$$

Les franges sont toujours rectilignes et l'interfrange est inchangé mais la position des franges est changée. En particulier, la frange d'ordre 0 se trouve à présent en :

$$x(0) = -\frac{D}{D_s} x_s \quad (8)$$

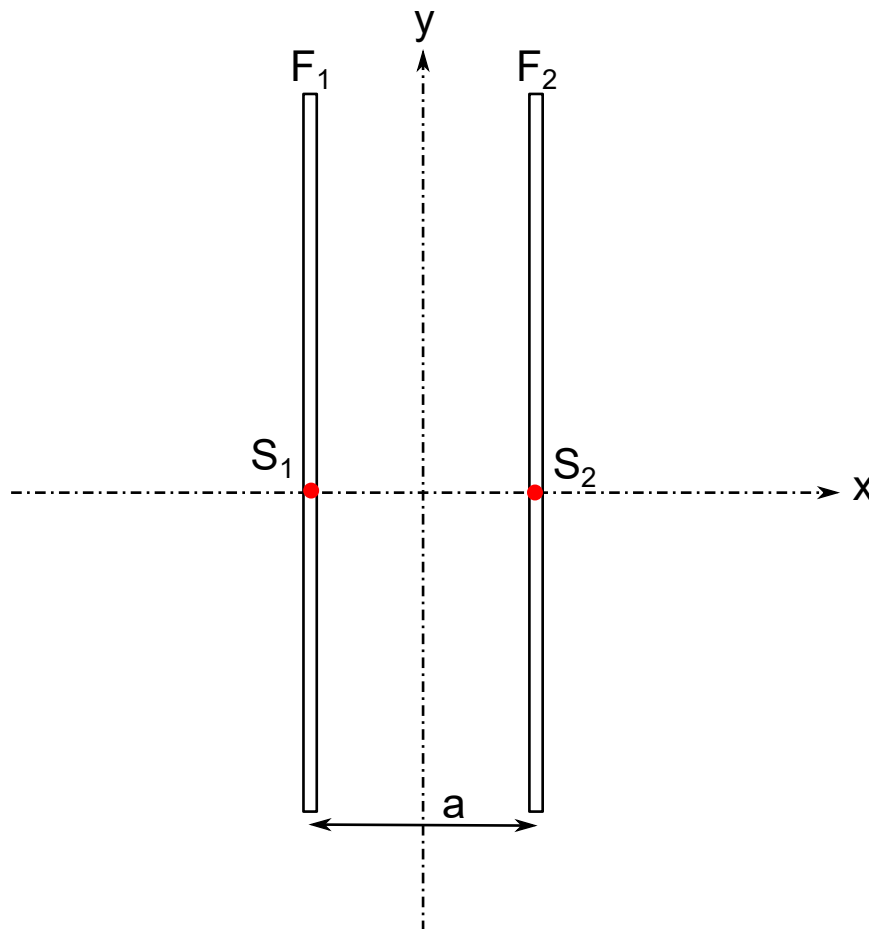
Il y a donc une translation des franges dans le sens opposé à celle de la source. Le champ d'interférence se déplace exactement de la même façon, si bien que la figure d'interférence ne change pas du tout. Voilà pourquoi la position précise de la source par rapport aux trous n'a pas d'importance. Expérimentalement, il est d'ailleurs impossible de savoir si la source est à égale distance des deux trous.

Si la source est déplacée sur l'axe y_s d'une distance très petite par rapport à D_s , la différence de marche ne change pas. Pour ce déplacement de la source, la tache de diffraction se décale dans la direction opposée au déplacement mais les franges d'interférence restent aux mêmes emplacements.

2. Expérience des fentes d'Young

2.a. Utilisation de fentes

Dans l'expérience des *fentes d'Young*, deux fentes parallèles sont utilisées à la place des trous. On note a la distance entre les centres des fentes et b leur largeur.



Le calcul de l'intensité sur le plan d'observation fait appel à la théorie de la diffraction, qui sort du cadre de ce cours. Nous admettons que la figure d'interférence est identique à celle qui serait obtenue avec deux sources ponctuelles cohérentes S_1 et S_2 placées aux centres des fentes. Les franges d'interférence sont identiques à celles obtenues avec deux trous. La seule différence est la forme du champ d'interférence, car la diffraction se fait principalement dans la direction perpendiculaire aux fentes. Dans la direction parallèle aux fentes (direction y), la diffraction est très faible. Dans la direction perpendiculaire à la fente (direction x), la demi-largeur de la tache de diffraction est $\frac{\lambda}{b}D$.

La simulation [Diffraction par une ou plusieurs ouvertures](#) permet de voir la figure de diffraction complète pour différentes ouvertures éclairées par une source ponctuelle monochromatique.

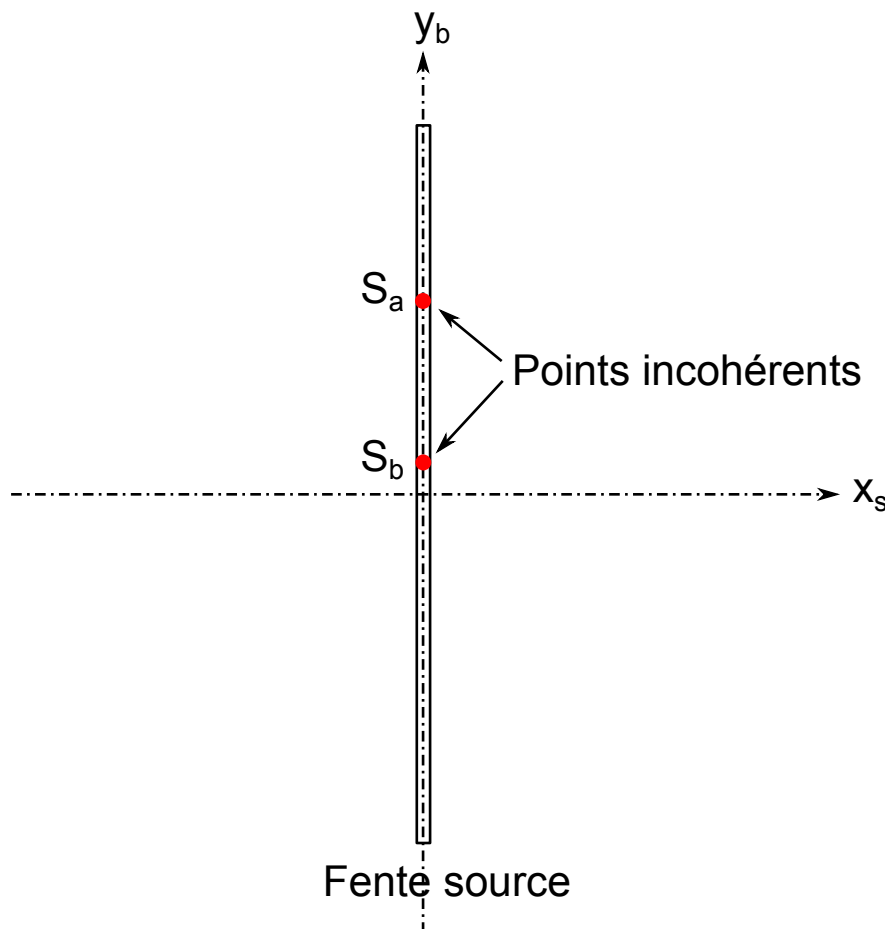
L'interfrange est toujours :

$$i = D \frac{\lambda}{a} \quad (9)$$

La dernière modification consiste à remplacer la source ponctuelle S par une fente source F . Pour cela, il suffit de placer un écran opaque percé d'une fente juste devant la lampe. Comparé au trou, la fente permet d'avoir beaucoup plus de lumière et il est facile de réaliser une fente dont la largeur est réglable. Pour que les interférences soient visibles, il faut que la fente source

F soit parallèle aux deux fentes F_1 et F_2 . En pratique, ce parallélisme est obtenu en faisant tourner la fente F pour maximiser le contraste des franges.

Soient deux points S_a et S_b de cette fente source. Chacun de ces points produit sur le plan d'observation deux éclairements $I_a(x)$ et $I_b(x)$ identiques.

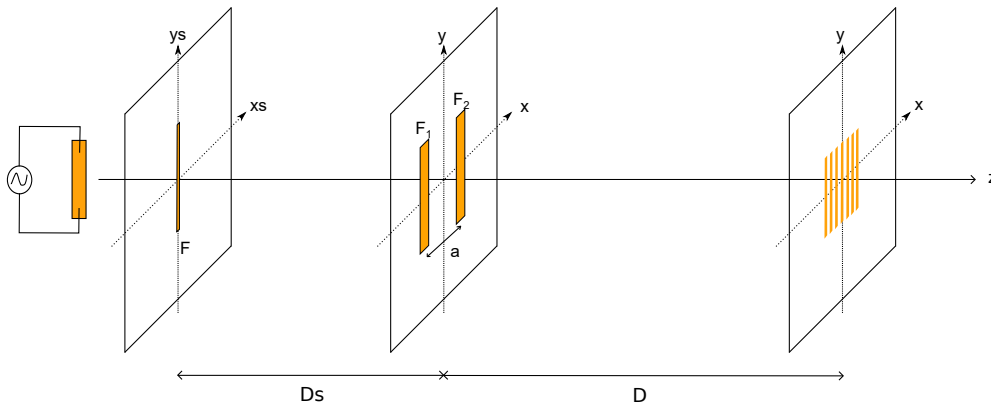


Ces deux points de la fente source sont incohérents, car la lampe qui éclaire la fente n'a pas de cohérence spatiale (lampe à décharge). En conséquence, l'intensité sur le plan d'observation est la somme des deux intensités, sans terme d'interférence :

$$I_{a,b}(x) = I_a(x) + I_b(x) = 2I_a(x) \quad (10)$$

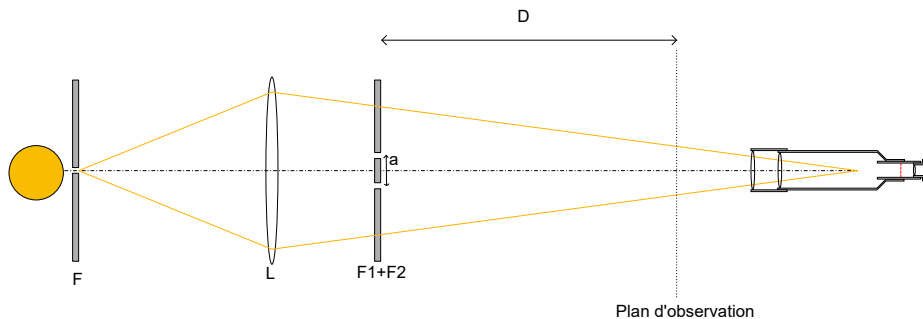
En en déduit qu'une fente source ainsi disposée produit les mêmes franges interférence qu'un point source, mais plus lumineuses. De plus, le champ d'interférence s'étend dans la direction y d'autant plus que la fente est longue. Dans la direction x , la largeur du champ d'interférence est toujours déterminée par la diffraction des deux fentes F_1 et F_2 .

Voici le dispositif final :

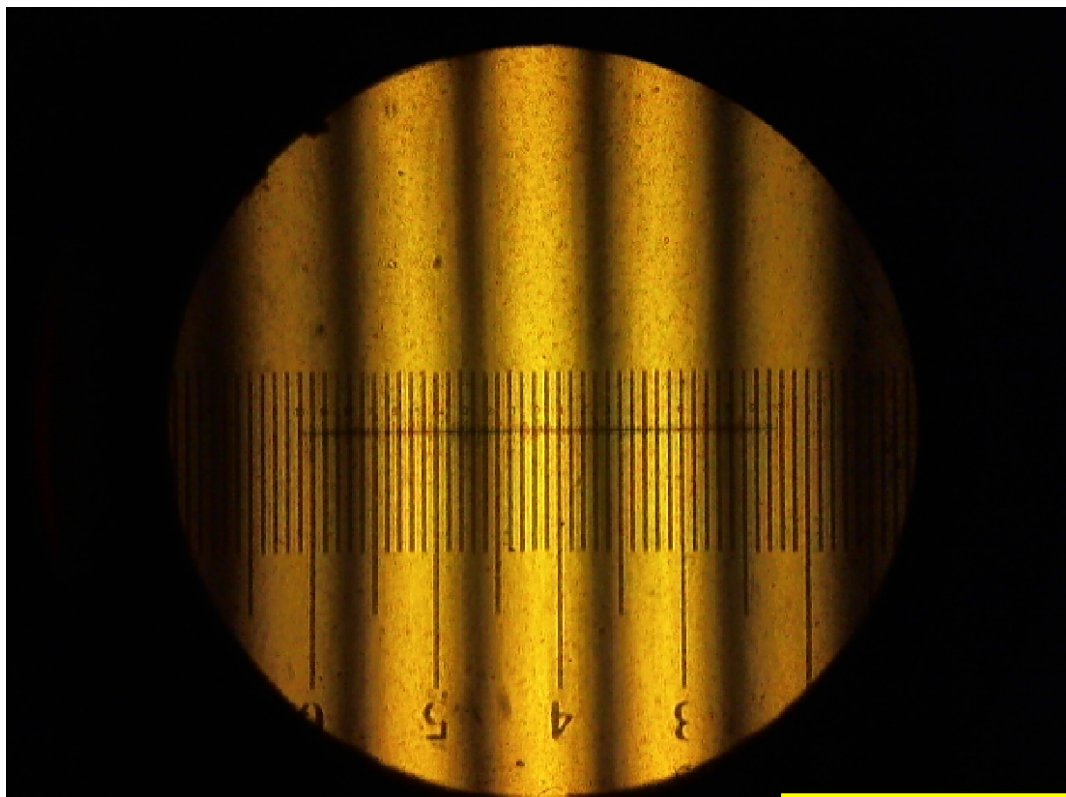
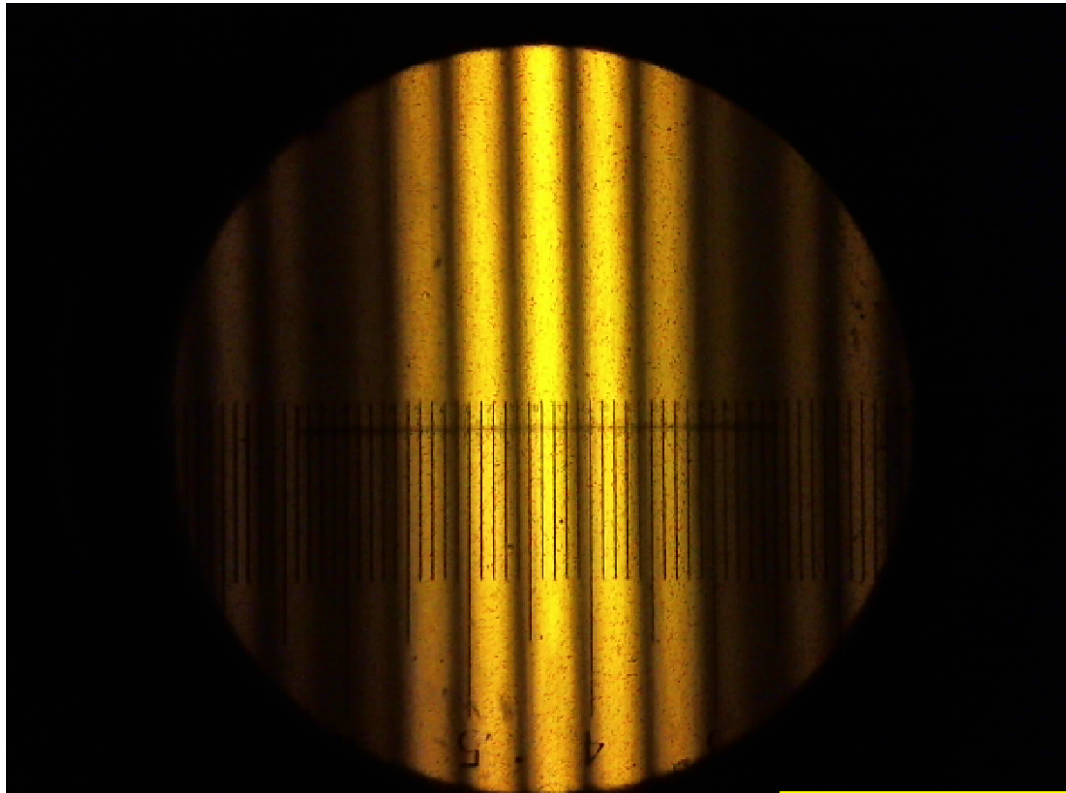


Pour calculer l'ordre d'interférence en un point du plan d'observation, on peut se contenter d'une vue en coupe dans le plan XZ , ce qui revient à considérer une source ponctuelle et deux trous.

Pour observer confortablement les franges d'interférence, on utilise une lunette de visée, qui permet de voir un plan situé à quelques centimètres de sa lentille frontale. On ajoute aussi une lentille convergente avant les fentes, pour améliorer le recouvrement des faisceaux diffractés.

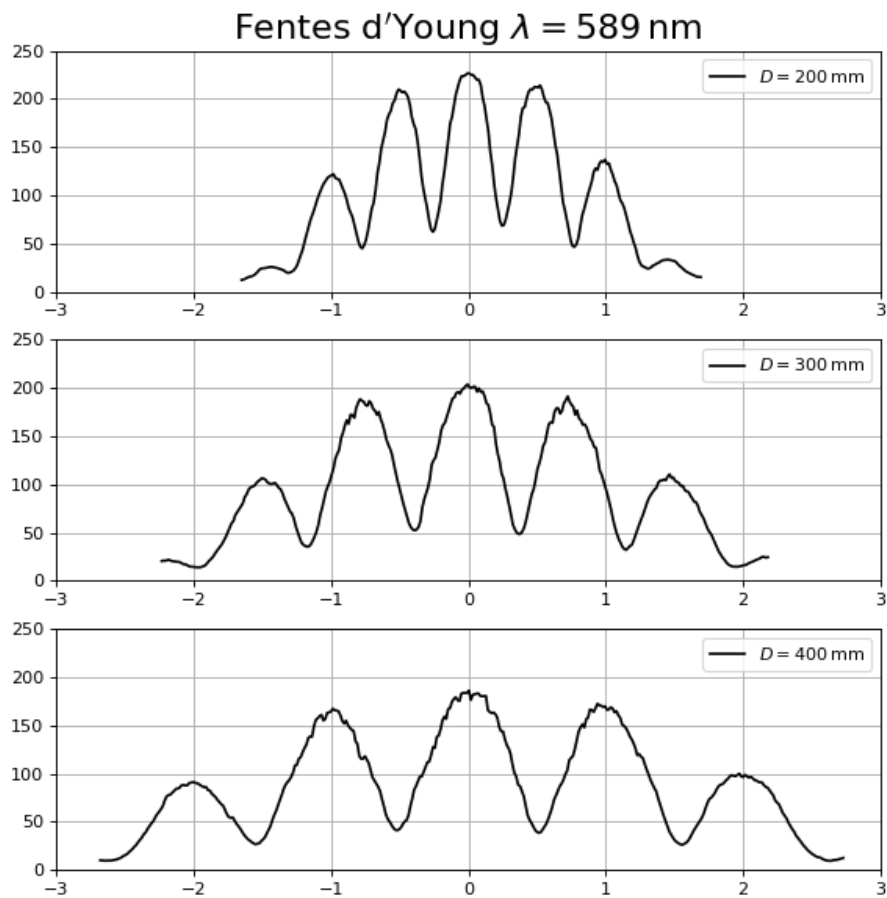


Voici deux photographies prises avec une webcam placée juste derrière l'oculaire, pour deux fentes espacées de $a = 0,23 \text{ mm}$. Une échelle gravée sur une lame de verre, graduée en dixième de millimètre, a été ajoutée dans le plan d'observation. Les distances sont $D = 200 \text{ mm}$ et $D = 400 \text{ mm}$.



Sur la première photographie, on voit des franges au delà de la tache centrale de diffraction mais celles-ci sont d'intensité trop faible pour être exploitées lors des mesures. Sur la seconde, on voit seulement la tache centrale de diffraction, qui comporte 5 franges.

Voici les profils d'éclairement obtenus à partir de ces images :



Il faut remarquer que le contraste de ces franges est bon mais pas maximal (les interférences destructives ne sont pas noires). Cela est dû au fait que la fente F n'est pas infiniment fine. La présence d'une lumière ambiante résiduelle peut aussi contribuer à réduire le contraste.

Indépendamment de cette réduction du contraste, on voit bien que la formule de Fresnel n'est qu'approximative puisque l'intensité des interférences constructives décroît lorsqu'on s'éloigne du centre de la tache principale de diffraction. On peut néanmoins l'utiliser pour expliquer les phénomènes de perte de cohérence que nous allons aborder.

2.b. Élargissement spatial de la source

En élargissant progressivement la fente F , on constate que les interférences disparaissent. Pour comprendre ce phénomène, considérons la différence de marche pour une source ponctuelle :

$$\delta = a \left(\frac{x_s}{D_s} + \frac{x}{D} \right) \quad (11)$$

Soient deux points différents de la fente F , d'abscisses x_a et x_b . Le premier produit des interférences dont l'éclairement est (approximativement et dans la tache principale de diffraction) :

$$I_a(x) = 2I_1 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{x_a}{D_s} + \frac{x}{D} \right) \right) \right) \quad (12)$$

Le second produit aussi des interférences, d'éclairement :

$$I_b(x) = 2I_1 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{x_b}{D_s} + \frac{x}{D} \right) \right) \right) \quad (13)$$

Les deux figures d'interférence ont le même interfrange, mais sont décalées dans la direction x . En un point du plan d'observation d'abscisse x les ordres d'interférence sont :

$$p_a = \frac{a}{\lambda} \left(\frac{x_a}{D_s} + \frac{x}{D} \right) \quad (14)$$

$$p_b = \frac{a}{\lambda} \left(\frac{x_b}{D_s} + \frac{x}{D} \right) \quad (15)$$

La différence de ces deux ordres d'interférence est donc :

$$\Delta p = p_b - p_a = \frac{a}{\lambda} \frac{x_b - x_a}{D_s} \quad (16)$$

En considérant la frange constructive d'ordre $p = p_a = p_b$, on voit que le décalage des deux figures d'interférence est :

$$\Delta x = \frac{D}{D_s} (x_b - x_a) \quad (17)$$

En général, les interférences constructives de l'un ne coïncident pas avec les interférences constructives de l'autre. Il existe néanmoins des valeurs particulières de $x_b - x_a$ pour lesquelles les interférences coïncident, et d'autres pour lesquelles elles sont en anti-coïncidence.

Ces deux points de la source sont *incohérents*. Ils donnent donc l'éclairement suivant :

$$I_{a,b}(x) = I_a(x) + I_b(x) \quad (18)$$

Les interférences produits par les deux points de la source sont anticoïncidentes lorsque le décalage des franges est égal à la moitié de l'interfrange plus un multiple de l'interfrange :

$$\Delta x = \left(q + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{a} D \quad (19)$$

Cette condition s'obtient également en écrivant que la différence des ordres d'interférence Δp est égale à un nombre entier (q) plus 1/2. Dans ce cas, l'intensité est uniforme : aucune interférence n'est visible.

Une fente de largeur L est constituée d'une infinité de sources ponctuelles incohérentes entre elles. Chaque point produit sa propre figure d'interférence, mais les intensités s'ajoutent. Supposons que deux points sources dont les abscisses sont différentes de $L/2$ donnent des interférences anticoïncidentes ; cette condition s'écrit :

$$\frac{L}{2} = \left(q + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{a} D_s \quad (20)$$

Le fente est alors constituée de paires de points donnant des interférences anticoïncidentes, ce qui conduit globalement à un éclairement uniforme, sans franges visibles.

Considérons la première anti-coïncidence ($q = 0$), qui se produit pour la largeur de fente suivante :

$$L_0 = D_s \frac{\lambda}{a} \quad (21)$$

Lorsque la largeur de la fente est faible devant L_0 , le contraste est très bon (proche de 1). Il diminue progressivement lorsqu'on augmente L et s'annule pour $L = L_0$. En pratique, on considère qu'il faut une largeur inférieure à la moitié de L_0 pour que les franges soient bien visibles. Les franges disparaissent complètement lorsque L est multiple de L_0 . Pour L compris entre L_0 et $2L_0$ seule une partie de la fente (de largeur $L - L_0$) contribue aux interférences, le reste de la fente (de largeur L_0) donnant un éclaircissement uniforme : il en résulte des interférences de contraste très faible.

On retiendra que la condition permettant d'observer les interférences avec un contraste satisfaisant est :

$$L < \frac{1}{2} D_s \frac{\lambda}{a} \quad (22)$$

Ce résultat peut être retrouvé par le critère suivant : la différence des ordres d'interférence Δp évaluée en un point du plan d'observation pour la moitié de la largeur de la fente doit être inférieure à $1/4$:

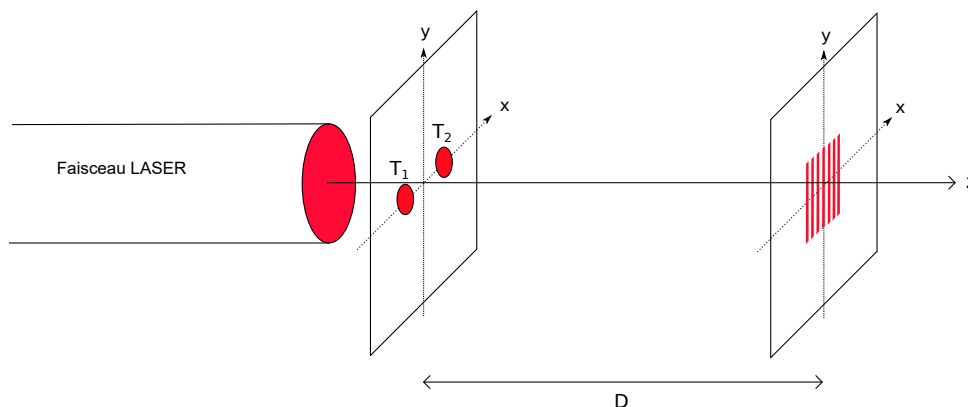
$$\frac{a}{\lambda} \frac{L}{2D_s} < \frac{1}{4} \quad (23)$$

On remarque que la fente doit être d'autant plus fine que l'espacement des fentes F_1 et F_2 est grand, et qu'elle est proche de ces fentes.

La simulation [Expérience des trous d'Young](#) permet de voir l'influence de la taille de la source (les trous sont circulaires). Avec des fentes, les résultats sont similaires.

2.c. Source à cohérence spatiale

Le laser est une source à cohérence spatiale, contrairement à la lampe à décharge. Pour cette raison, l'expérience de Young peut être réalisée en éclairant directement les deux trous (ou les deux fentes) avec le faisceau laser.

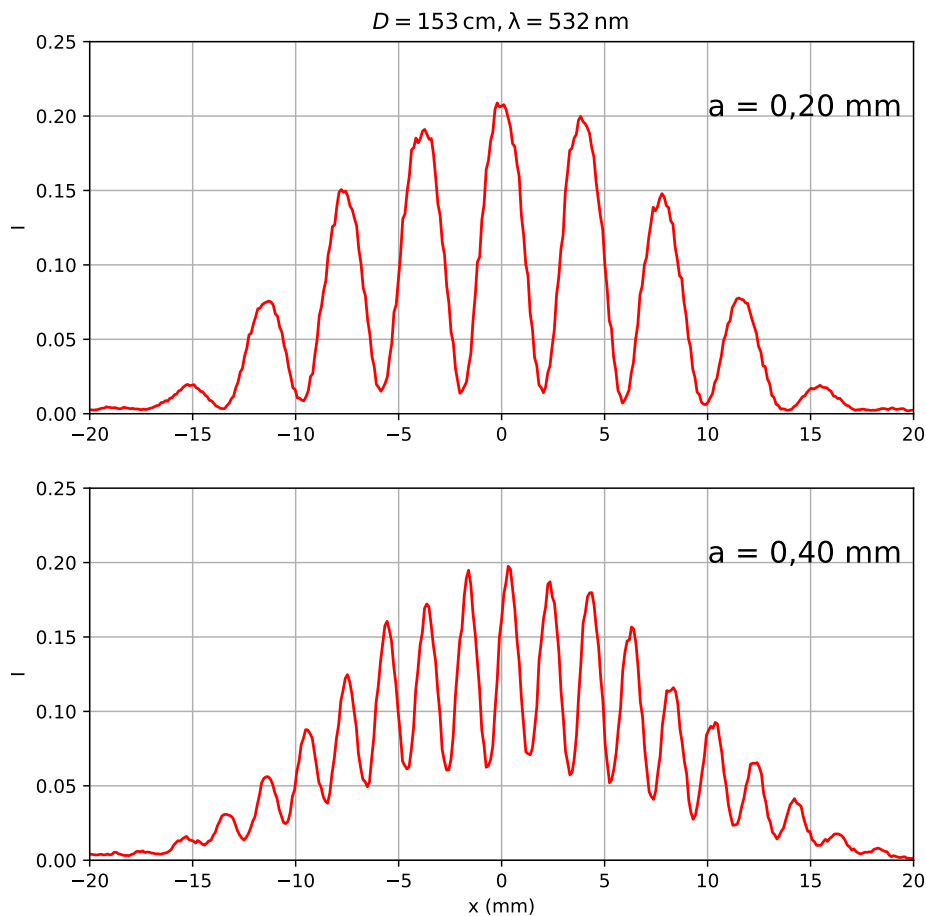


L'utilisation d'un laser conduit à des interférences beaucoup plus lumineuses qu'avec une lampe à décharge, ce qui permet de les observer sur un écran blanc diffusant. La photographie

suivante montre une figure d'interférence obtenue avec un laser à gaz Hélium-Néon, observée en projection sur un écran diffusant blanc.



L'image de l'écran enregistrée avec une webcam permet d'accéder à l'éclairement sur l'écran en fonction de x . Voici les courbes obtenues avec un laser vert de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$:



Pour $a = 0,20 \text{ mm}$, le contraste des interférences est très bon, ce qui montre que le faisceau laser peut être considéré comme spatialement très cohérent pour cet espacement des fentes. Pour $a = 0,40 \text{ mm}$, le contraste est moins bon, ce qui montre que la cohérence spatiale du faisceau laser n'est pas parfaite. Elle est néanmoins beaucoup plus grande que celle d'une lampe à décharge (pour un même diamètre du faisceau lumineux).

2.d. Élargissement spectral de la source

Lorsqu'on augmente la largeur spectrale de la source, sa cohérence temporelle diminue donc la longueur de cohérence diminue. On peut considérer que les interférences se forment si la différence de marche est inférieure à la moitié de la longueur de cohérence :

$$\delta < \frac{\Delta l}{2} \quad (24)$$

L'ordre d'interférence doit donc vérifier :

$$|p| < \frac{\Delta l}{2\lambda} \quad (25)$$

qui s'écrit aussi :

$$|p| < \frac{\lambda}{2\Delta\lambda} \quad (26)$$

L'ordre d'interférence est limité par la demi-largeur de la tache de diffraction. Il excède rarement 5. En conséquence, la largeur de raie doit vérifier

$$\Delta\lambda < \frac{\lambda}{10} \quad (27)$$

c'est-à-dire une largeur inférieure à environ 50 nm. L'expérience de Young peut donc être réalisée avec une source de lumière de faible cohérence temporelle. Pour une telle largeur, on ne peut même plus parler d'onde quasi monochromatique. Cette lumière peut être obtenue en filtrant la lumière solaire avec un filtre en verre coloré.

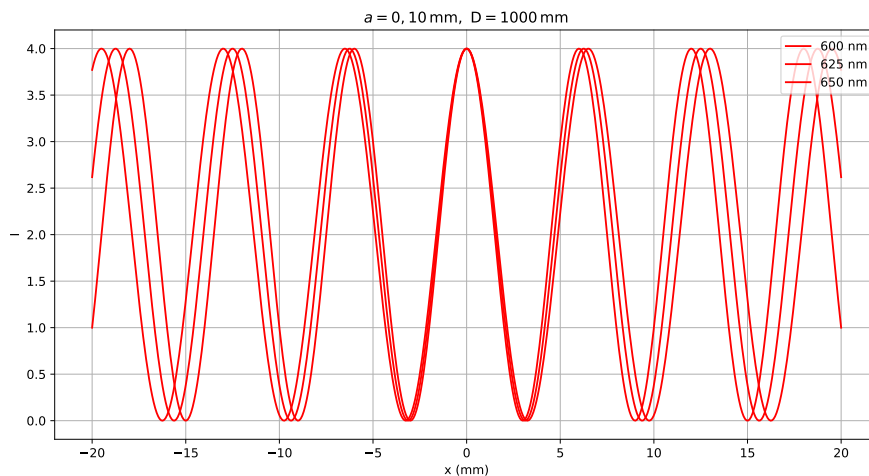
La figure suivante montre les intensités dans le plan d'observation pour trois longueurs d'onde réparties sur 50 nm. Les longueurs d'onde différentes sont incohérentes.

```
D=1000.0 # en mm
a = 0.1

def I(x,Lambda):
    return 2.0*(1.0+numpy.cos(2*numpy.pi/(Lambda*1e-6)*x*a/D))

L = 20.0
x = numpy.linspace(-L,L,500)

figure(figsize=(12,6))
plot(x,I(x,600),'r',label='600 nm')
plot(x,I(x,625),'r',label='625 nm')
plot(x,I(x,650),'r',label='650 nm')
xlabel('x (mm)')
ylabel('I')
legend(loc='upper right')
title(r"$a=0,10\$, \rm{mm}\$, \ D=1000\$, \ \rm{mm}\$")
grid()
```



Les interférences produites par ces trois longueurs d'onde sont approximativement coïncidentes jusqu'à l'ordre 3, ce qui permet d'observer environ 7 franges.

Au lieu de raisonner avec la longueur de cohérence, considérons l'ordre d'interférence en un point du plan d'observation :

$$p = \frac{ax}{\lambda D} \quad (28)$$

puis la différence d'ordre d'interférence en ce point pour deux longueurs d'onde espacées de la moitié de la largeur spectrale :

$$\Delta p = \frac{ax}{D} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = \frac{ax}{D} \frac{\Delta \lambda}{2\lambda_1 \lambda_2} \simeq \frac{ax}{D} \frac{\Delta \lambda}{2\lambda_m^2} \quad (29)$$

où λ_m est la longueur d'onde moyenne. Considérons l'extrémité du champ d'interférence, avec un ordre 5 pour la longueur d'onde moyenne. On a alors :

$$\Delta p = 5 \frac{\Delta \lambda}{2\lambda_m} \quad (30)$$

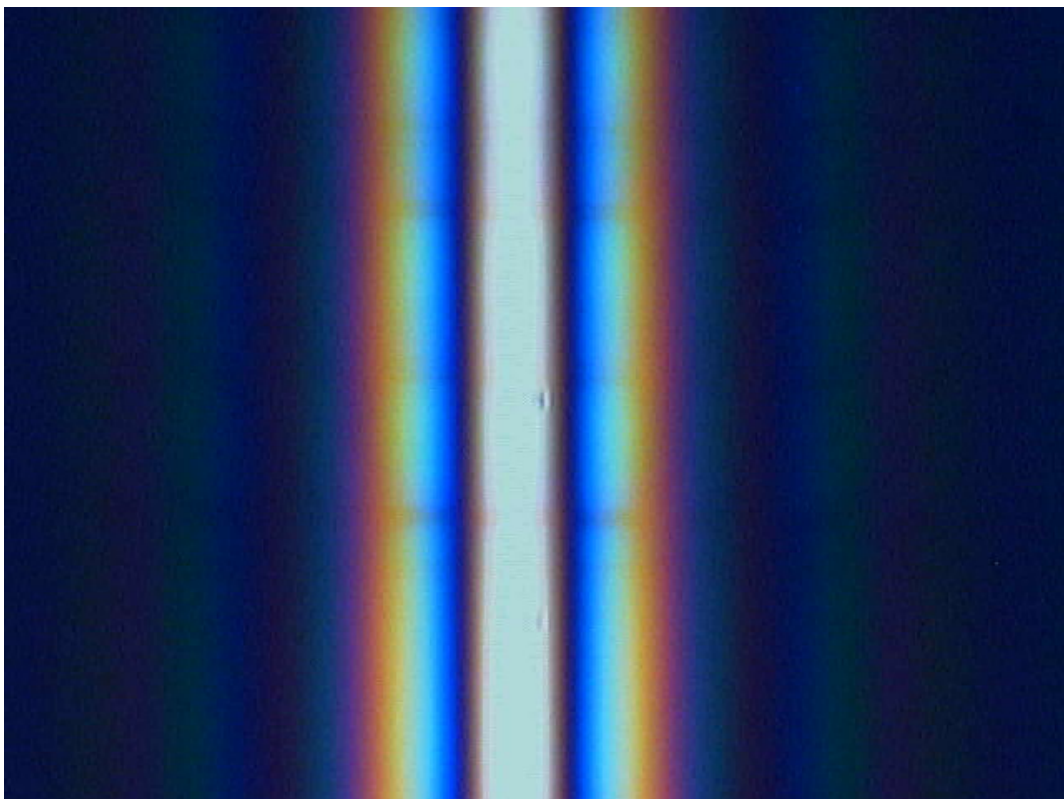
Le critère semi-quantitatif de visibilité des interférences consiste à écrire que cette différence doit être inférieure à 1/4, ce qui conduit à

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} < \frac{1}{10} \quad (31)$$

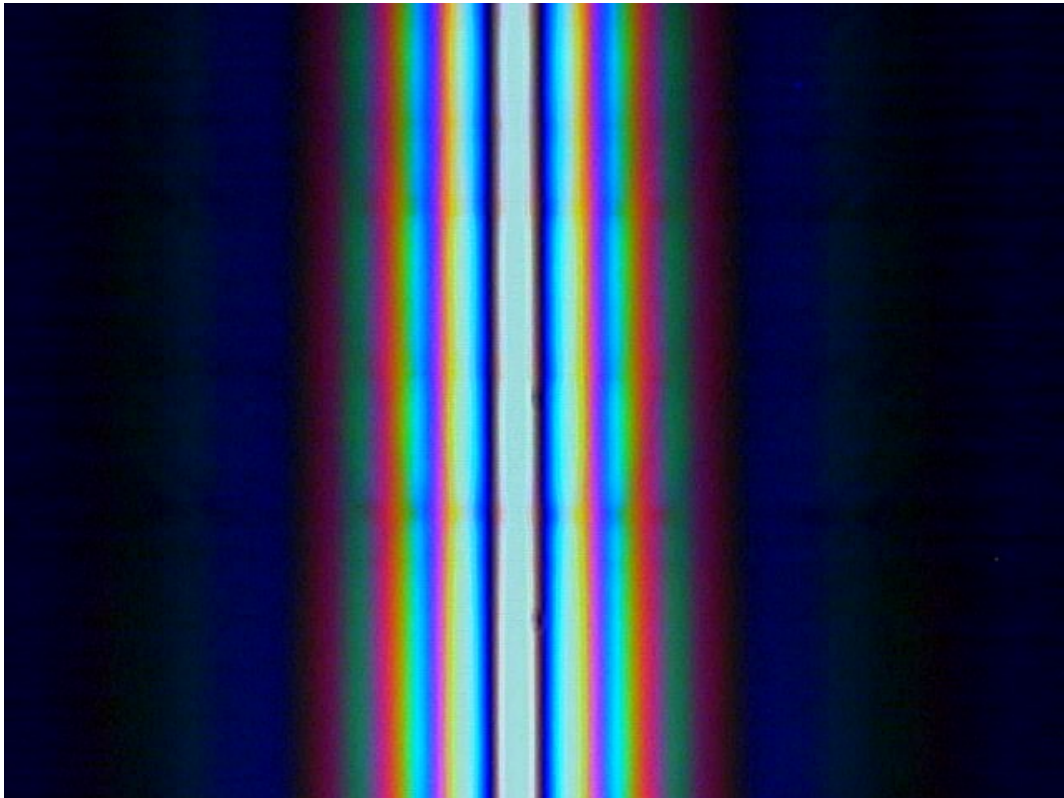
qui est la relation déjà obtenue plus haut.

L'expérience de Young peut même être réalisée avec une lumière blanche, c'est-à-dire une lumière dont le spectre s'étend sur tout le domaine visible. La largeur du spectre visible est bien supérieure à 50 nm mais notre vision des couleurs nous permet de voir plus de franges, sous forme de franges colorées.

La photographie suivante montre les interférences obtenues avec deux fentes de largeur 0,24 mm et espacées de $a = 0,60$ mm.

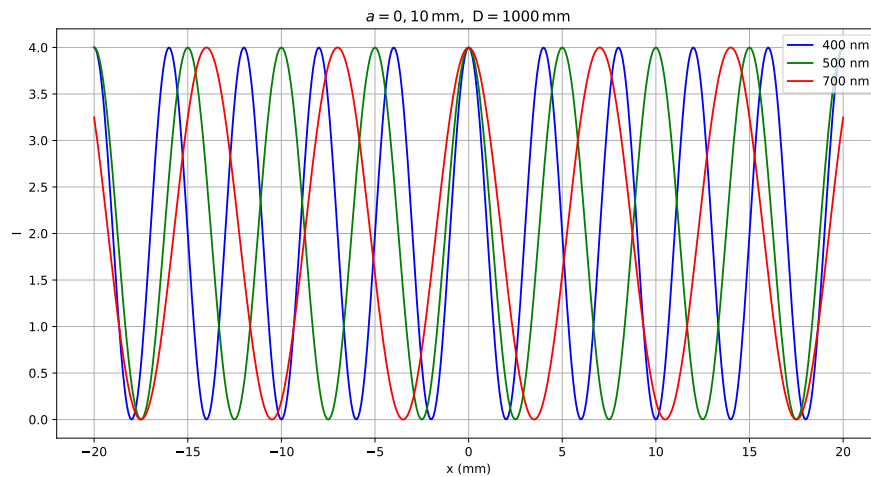


Voici l'image obtenue pour $a = 1,2$ mm :



Pour expliquer qualitativement la figure obtenue, il faut noter que les différentes longueurs d'onde du spectre constituent des ondes incohérentes. La figure suivante montre le tracé de l'intensité en fonction de x pour 3 longueurs d'onde :

```
figure(figsize=(12,6))
plot(x,I(x,400),'b',label='400 nm')
plot(x,I(x,500),'g',label='500 nm')
plot(x,I(x,700),'r',label='700 nm')
xlabel('x (mm)')
ylabel('I')
legend(loc='upper right')
title(r"$a=0,10\,\text{mm},\ D=1000\,\text{mm}$")
grid()
```

Les interférences constructives des différentes longueurs d'onde ne coïncident pas, à l'exception de celle d'ordre zéro. On voit donc une frange d'ordre 0 blanche entourée de deux franges noires. De part et d'autre, on voit quelques franges colorées. Par exemple, la frange qui suit la frange noire est de couleur bleue, car la partie bleue du spectre est dominante. La lumière blanche est souvent utilisée en interférométrie pour repérer l'ordre zéro, qui correspond à une différence de marche nulle.