

# Équation de diffusion à une dimension avec Scilab

## 1. Fonction de calcul

Ci-dessous la fonction de calcul ([télécharger](#)).

- ▷ **N** : nombre de points
- ▷ **type0** : type de la condition limite en  $x = 0$ , "neumann" ou "dirichlet"
- ▷ **lim0** : valeur de la condition limite en  $x = 0$
- ▷ **type1** : type de la condition limite en  $x = 1$
- ▷ **lim1** : valeur de la condition limite en  $x = 1$
- ▷ **coef** : coefficients de diffusion sous la forme  $[[x_1, D_1]; [x_2, D_2], \dots [1, D_k]]$
- ▷ **S** : sources, matrice colonne à  $n$  éléments
- ▷ **U** : état initial, matrice colonne à  $n$  éléments
- ▷ **t** : temps initial
- ▷ **dt** : pas de temps
- ▷ **tf** : temps final

```
function [U,t]=diffusion(N,type0,lim0,type1,lim1,coef,S,U,t,dt,tf)
    dx=1/(N-1)
    A=spzeros(N,N)
    B=spzeros(N,N)
    C=S*dt
    a=2*dt/dx^2
    nd=size(coef)
    nd=nd(1)
    D = zeros(N) // coefficients de diffusion
    j1=1
    for k=1:nd,
        j2 = int(coef(k,1)*N)
        d = coef(k,2)
        for j=j1:j2,
            D(j)=d
        end
        j1 = j2
    end
    for j=2:N-1, // schema de Cranck-Nicholson
        A(j,j-1)=-a*D(j)/2; B(j,j-1)=a*D(j)/2;
        A(j,j)=1+a*D(j); B(j,j)=1-a*D(j);
        A(j,j+1)=-a*D(j)/2; B(j,j+1)=a*D(j)/2;
    end;
    if type0=="dirichlet" then
        A(1,1)=1;
        A(1,2)=0;
        C(1)=lim0;
```

```

end
if type0=="neumann" then
    A(1,1)=-1;
    A(1,2)=1;
    C(1)=dx*lim0;
end
if type1=="dirichlet" then
    A(N,N-1)=0;
    A(N,N)=1;
    C(N)=lim1;
end
if type1=="neumann" then
    A(N,N)=1;
    A(N,N-1)=-1;
    C(N)=dx*lim1;
end
for k=1:nd-1,
    j = int(coef(k,1)*N)-1 // frontiere entre deux coefficients de diffusion diff
    A(j,j-1)=-D(j); A(j,j)=D(j)+D(j+1); A(j,j+1)=-D(j+1);
    B(j,j-1)=0; B(j,j)=0; B(j,j+1)=0; C(j)=0;
end
while t<tf // boucle de calcul
    U = lusolve(A,B*U+C);
    t = t+dt
end
endfunction

```

## 2. Exemple : diffusion thermique dans une plaque

### 2.a. Température fixée aux bords

On considère une plaque (perpendiculaire à l'axe  $x$ ) de conductivité thermique uniforme, soumise en  $x = 0$  à une température constante  $U = 1$  et en  $x = 1$  à une température constante  $U = 0$ . Il n'y a aucune source thermique dans la plaque. Initialement la température est nulle sur l'intervalle  $[0, 1]$ .

```

getf('equationDiffusion1D.sci');
N=100;
X=linspace(0,1,N).'; // vecteur colonne
U=zeros(N,1);
S=zeros(N,1);
coef=[[1,1]];

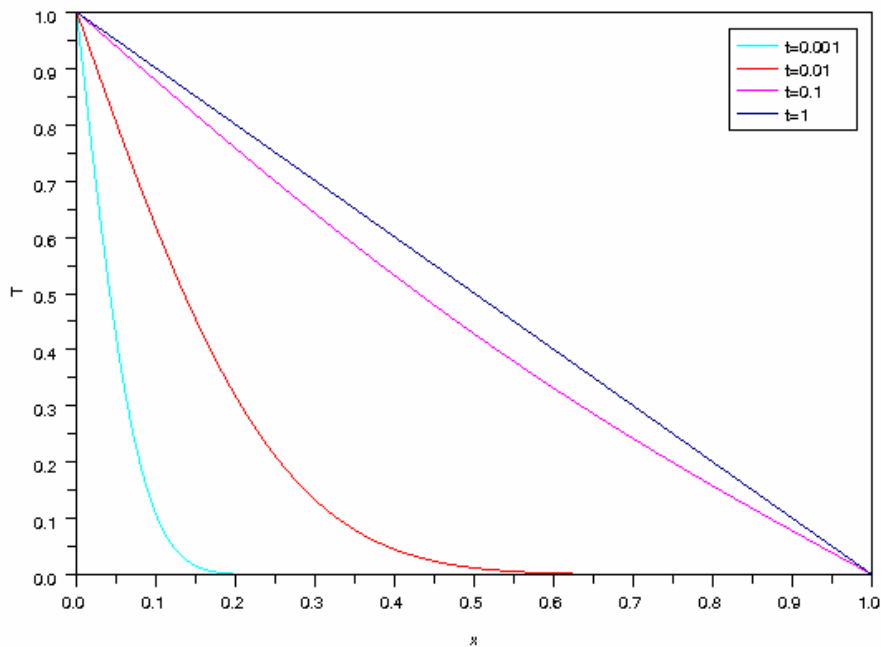
plotA=scf();
t=0;
[U1,t]=diffusion(N,'dirichlet',1,'dirichlet',0,coef,S,U,t,0.0001,0.001);

```

```

plot2d(X,U1,style=4)
[U2,t]=diffusion(N,'dirichlet',1,'dirichlet',0,coef,S,U1,t,0.001,0.01);
plot2d(X,U2,style=5)
[U3,t]=diffusion(N,'dirichlet',1,'dirichlet',0,coef,S,U2,t,0.01,0.1);
plot2d(X,U3,style=6)
[U4,t]=diffusion(N,'dirichlet',1,'dirichlet',0,coef,S,U3,t,0.1,1);
plot2d(X,U4,style=9)
plotA.children.x_label.text='x';
plotA.children.y_label.text='T';
legends(['t=0.001','t=0.01','t=0.1','t=1'],[4,5,6,9])

```



## 2.b. Flux thermique fixé à un bord

On reprend le cas précédent en fixant le flux thermique en  $x = 0$ .

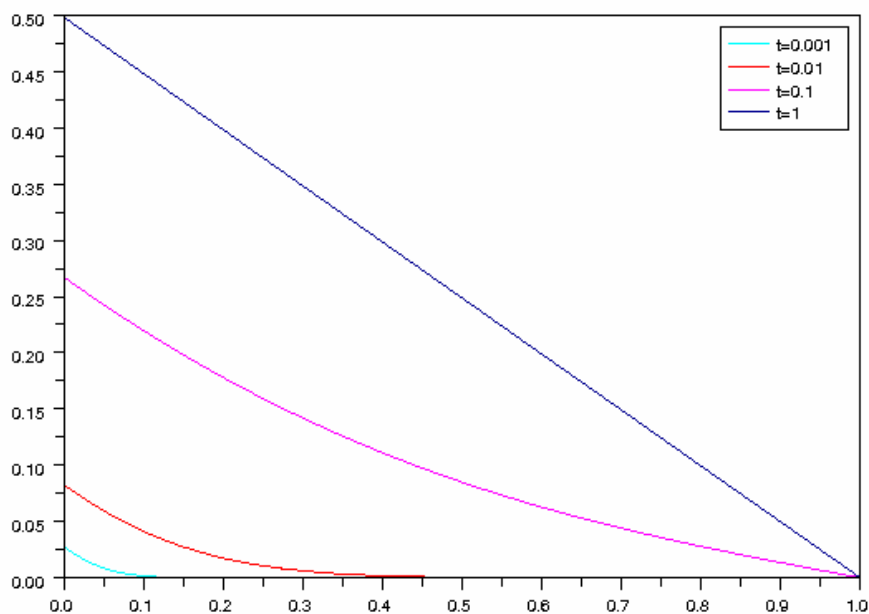
```

N=100;
X=linspace(0,1,N).'; // vecteur colonne
U=zeros(N,1);
S=zeros(N,1);
coef=[[1,1]];

plotB=scf();
t=0;
[U1,t]=diffusion(N,'neumann',-0.5,'dirichlet',0,coef,S,U,t,0.0001,0.001);
plot2d(X,U1,style=4)
[U2,t]=diffusion(N,'neumann',-0.5,'dirichlet',0,coef,S,U1,t,0.001,0.01);
plot2d(X,U2,style=5)

```

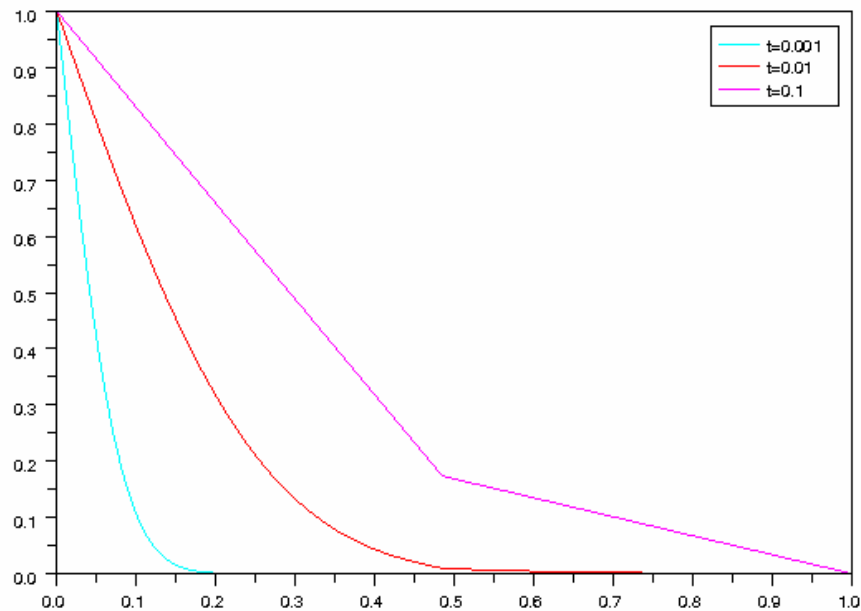
```
[U3,t]=diffusion(N,'neumann',-0.5,'dirichlet',0,coef,S,U2,t,0.01,0.1);
plot2d(X,U3,style=6)
[U4,t]=diffusion(N,'neumann',-0.5,'dirichlet',0,coef,S,U3,t,0.1,1);
plot2d(X,U4,style=9)
plotA.children.x_label.text='x';
plotA.children.y_label.text='T';
legends(['t=0.001','t=0.01','t=0.1','t=1'],[4,5,6,9])
```



### 2.c. Diffusion thermique dans deux plaques

```
N=100;
X=linspace(0,1,N).'; // vecteur colonne
U=zeros(N,1);
S=zeros(N,1);
coef=[[0.5,1];[1,5]];

plotC=scf();
t=0;
[U1,t]=diffusion(N,'dirichlet',1,'dirichlet',0,coef,S,U,t,0.0001,0.001);
plot2d(X,U1,style=4)
[U2,t]=diffusion(N,'dirichlet',1,'dirichlet',0,coef,S,U1,t,0.001,0.01);
plot2d(X,U2,style=5)
[U3,t]=diffusion(N,'dirichlet',1,'dirichlet',0,coef,S,U2,t,0.01,0.1);
plot2d(X,U3,style=6)
plotA.children.x_label.text='x';
plotA.children.y_label.text='T';
legends(['t=0.001','t=0.01','t=0.1'],[4,5,6])
```



## 2.d. Système à trois plaques

On considère un système isolé formé de deux plaques initialement à deux températures différentes, mises en contact thermique par une troisième plaque mince de conductivité plus faible.

```

N=200;
U=zeros(N,1);
X=linspace(0,1,N).';
for j=1:int(N/2),
    U(j)=1;
end;
S=zeros(N,1);
coef=[[0.45,1];[0.55,0.05];[1,1]];

plotD=scf();
t=0;
[U1,t]=diffusion(N,'neumann',0,'neumann',0,coef,S,U,t,0.0001,0.001);
plot2d(X,U1,style=4)
[U2,t]=diffusion(N,'neumann',0,'neumann',0,coef,S,U1,t,0.001,0.01);
plot2d(X,U2,style=5)
[U3,t]=diffusion(N,'neumann',0,'neumann',0,coef,S,U2,t,0.01,0.1);
plot2d(X,U3,style=6)
[U4,t]=diffusion(N,'neumann',0,'neumann',0,coef,S,U3,t,0.1,1);
plot2d(X,U4,style=9)

```

```
plotA.children.x_label.text='x';  
plotA.children.y_label.text='T';  
legends(['t=0.001', 't=0.01', 't=0.1', 't=1'], [4,5,6,9])
```

