Émission des ondes électromagnétiques

1. Ondes radio-fréquences et micro-ondes

1.a. Antennes émettrice et réceptrice

Dans le domaine des radio-fréquences et des micro-ondes, l'émission d'une onde électromagnétique se fait en faisant circuler un courant électrique variable dans un conducteur. La réception se fait en détectant le courant électrique induit par le champ électromagnétique de l'onde dans un conducteur.

Un type répandu d'antenne est *l'antenne filaire dipolaire*, constituée de deux tiges métalliques alimentées symétriquement. La même antenne peut à la fois servir d'émetteur et de récepteur. Dans le premier cas, un courant électrique d'intensité $I(t)$ est fourni aux conducteurs. Pour la réception, on détecte le courant $I(t)$ induit par le champ électromagnétique. L'intensité $I(t)$ comporte le signal à transmettre (porteuse modulée en amplitude ou en fréquence).

Pour l'étude théorique, on se place en régime sinusoïdal de pulsation ω. Si l'on suppose que le rayonnement de l'antenne se fait dans un milieu équivalent au vide (c'est le cas de l'air), la longueur d'onde est :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi c}{\omega} \tag{1}$$

Le courant électrique n'est pas uniforme dans l'antenne. Il varie sinusoïdalement avec une période spatiale λ et s'annule aux extrémités des deux conducteurs. Par convention, on notera z l'axe de l'antenne et on placera l'origine au milieu. Le courant dans l'antenne est $I(z,t)$. La condition limite aux extrémités s'écrit $I(L/2,t) = 0$. Le courant vérifie la symétrie $I(z,t) = I(-z,t)$.

Les propriétés de l'antenne sont données par le rapport L/λ. La distance entre l'émetteur et le récepteur est très grande devant la longueur d'onde.

1.b. Dipôle oscillant

Définition

Lorsque l'antenne a une longueur petite devant la longueur d'onde du rayonnement émis, le modèle du dipôle oscillant permet de calculer le champ électromagnétique rayonné. Il y a deux manières de définir un dipôle oscillant : avec l'intensité du courant ou avec le moment dipolaire.

Un dipôle oscillant est un élément de courant de longueur a très petite devant la longueur d'onde. L'intensité du courant en régime sinusoïdal a la forme suivante :

$$\boxed{\underline{I}(t) = I_0 e^{-i\omega t} \qquad (2)}$$

De manière équivalente, le dipôle peut être considéré comme constitué de deux charges opposées $q(t)$ et $-q(t)$ séparées d'une distance fixe a. Le moment dipolaire est :

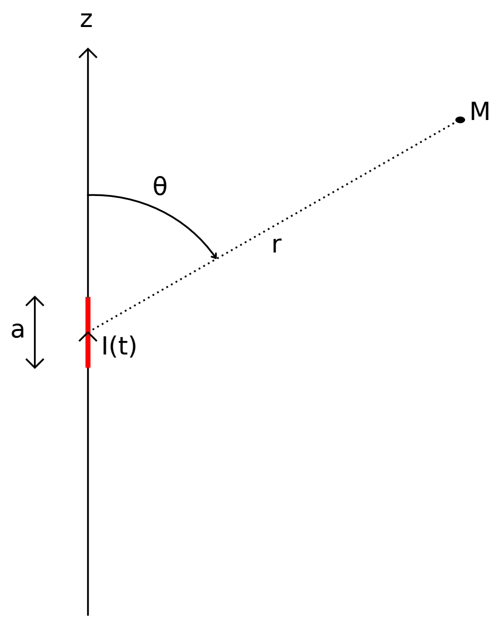
$$\underline{p} = a\underline{q}(t) \qquad (3)$$

L'intensité du courant dans le dipôle est :

$$\underline{I} = \frac{d\underline{q}}{dt} = -i\omega\underline{q} = -\frac{i\omega}{a}\underline{p} \qquad (4)$$

On en déduit l'amplitude complexe du moment dipolaire :

$$\underline{p}_0 = i\frac{I_0 a}{\omega} \qquad (5)$$



Le calcul du champ électromagnétique créé par le dipôle oscillant est fait en supposant que :

$$\boxed{a \ll \lambda \qquad (6)}$$

et en utilisant l'approximation dipolaire :

$$\boxed{r \gg a \qquad (7)}$$

Le plan méridien (plan contenant le point M et l'axe) étant un plan de symétrie du courant, c'est un plan de symétrie du champ électrique et un plan d'antisymétrie du champ magnétique. On a de plus invariance par rotation autour de l'axe Z. L'expression du champ électromagnétique est donc :

$$\overrightarrow{E} = E_r(r,\theta,t)\,\overrightarrow{u}_r + E_\theta(r,\theta,t)\,\overrightarrow{u}_\theta \tag{8}$$

$$\overrightarrow{B} = B_\phi(r,\theta,t)\,\overrightarrow{u}_\phi \tag{9}$$

Zone de rayonnement

La zone de rayonnement est définie par la condition :

$$r \gg \lambda \tag{10}$$

Lorsque cette condition est vérifiée, le champ électromagnétique a une expression approchée particulièrement simple. Le champ électrique est orthoradial :

$$\underline{\overrightarrow{E}} = -\frac{I_0 a}{4\pi\epsilon_0 c} i \frac{\omega}{c}\frac{\sin\theta}{r}\exp i(kr-\omega t)\overrightarrow{u}_\theta \tag{11}$$

Localement, l'onde a la structure d'une onde plane progressive dans le vide, avec un vecteur d'onde local :

$$\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{u}_r \tag{12}$$

Le champ magnétique s'écrit donc :

$$\underline{\overrightarrow{B}} = -\frac{I_0 a}{4\pi\epsilon_0 c^2} i \frac{\omega}{c}\frac{\sin\theta}{r}\exp i(kr-\omega t)\overrightarrow{u}_\phi \tag{13}$$

On remarque que l'onde a une polarisation rectiligne, le champ électrique état parallèle à l'axe du dipôle.

Le vecteur de Poynting moyen est :

$$<\overrightarrow{\Pi}> = \frac{I_0^2 a^2\omega^2}{32\pi^2\epsilon_0 c^3}\frac{\sin^2\theta}{r^2}\overrightarrow{u}_r \tag{14}$$

En remplaçant $I_0 a$ par $p_0\omega$, on obtient l'expression dans le cas où le moment dipolaire est fixé. La puissance surfacique rayonnée varie comme l'inverse du carré de la distance. La puissance rayonnée à travers une sphère de rayon r centrée sur le dipôle est :

$$P = \int_0^\pi <\Pi> 2\pi r^2\sin\theta\,d\theta = \frac{I_0^2 a^2\omega^2}{32\pi^2\epsilon_0 c^3}\frac{2\pi r^2}{r^2}\int_0^\pi \sin^3\theta\,d\theta \tag{15}$$

L'intégrale est égale à $4/3$, ce qui donne :

$$P = \frac{I_0^2 a^2\omega^2}{12\pi\epsilon_0 c^3} \tag{16}$$

Cette puissance est indépendante du rayon de la sphère. Cela signifie que la puissance traversant une sphère de rayon R_1 traverse aussi une sphère de rayon $R_2 > R_1$. Il n'y a pas de puissance perdue entre ces deux sphères (le milieu de propagation est le vide). D'une manière générale, on peut déduire de la conservation de l'énergie que la puissance surfacique rayonnée par une antenne doit être en $1/r^2$ dans la zone de rayonnement, quelle que soit la forme de l'antenne.

La puissance rayonnée est proportionnelle au carré de l'intensité du courant électrique :

$$P = \frac{1}{2} R_{ray} I_0^2 \tag{17}$$

R_{ray} est la résistance de rayonnement.

Pour finir, voici la puissance rayonnée lorsque l'amplitude du moment dipolaire est fixée :

$$P = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} \tag{18}$$

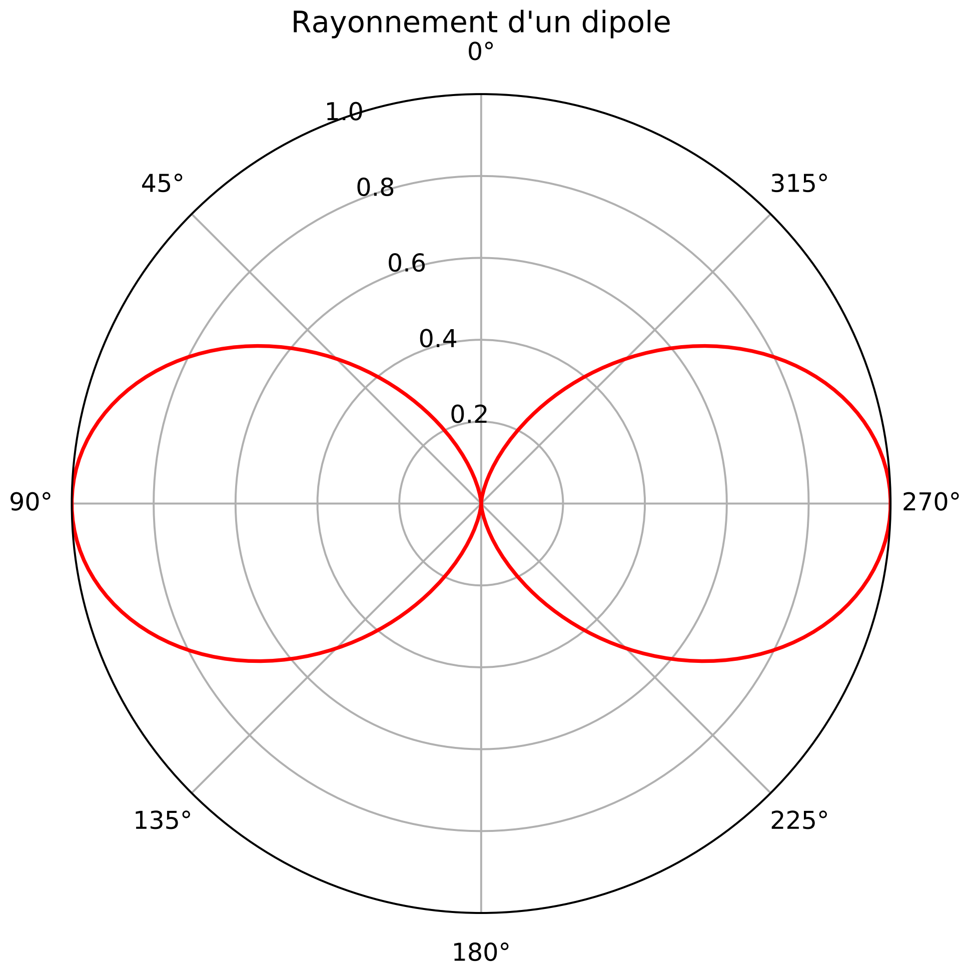
La puissance rayonnée est donc proportionnelle au carré de l'amplitude de la dérivée seconde du moment dipolaire.

Diagramme de rayonnement

La puissance surfacique rayonnée dépend localement de l'angle θ. Elle est maximale dans le plan équatorial et s'annule dans l'axe du dipôle. Pour représenter graphiquement cette dépendance angulaire, on trace la courbe suivante en coordonnées polaires :

$$\rho(\theta) = \sin^2 \theta \tag{19}$$

```
import numpy
import math
from matplotlib.pyplot import *

theta = numpy.linspace(0,2*math.pi,500)
rho = numpy.sin(theta)**2

figure(figsize=(6,6))
ax = subplot(111, polar=True)
ax.set_theta_offset(numpy.pi/2)
ax.plot(theta, rho,color='r')
ax.set_rmax(1.0)
ax.grid(True)
ax.set_title("Rayonnement d'un dipole", va='bottom')
```



Ce tracé est un diagramme de rayonnement (ou indicatrice de rayonnement). Il permet de voir comment évolue la puissance avec l'angle. On voit par exemple que la puissance est égale à la moitié de sa valeur maximale pour un angle de 45 degrés.

1.c. Antennes dipolaires

Pour une antenne dipolaire de longueur L, le calcul est très complexe car on ne connaît pas *a priori* l'expression de l'intensité $I(z,t)$ du courant dans l'antenne. Les calculs conduisent à l'expression suivante :

$$\underline{I}(z,t) = I_0 \sin\left(k(\frac{L}{2} - z)\right) e^{-i\omega t} \tag{20}$$

On par ailleurs $I(-z,t) = I(z,t)$. Le courant s'annule aux extrémités et varie sinusoïdalement avec une période λ. Connaissant le courant, on peut calculer le champ électromagnétique en sommant les contributions des segments élémentaires, qui sont des dipôles oscillants.

Pour une antenne de longueur petite devant la longueur d'onde, le courant décroît linéairement entre sa valeur I_0 au centre de l'antenne et une valeur nulle à l'extrémité. Dans ce cas, on peut utiliser les résultats du dipôle oscillant en remplaçant I_0 par $I_0/2$.

▷ Exercice : Calculer la résistance de rayonnement d'une antenne opérant à une fréquence de $100\,\mathrm{kHz}$, dont la longueur est $a = 1\,\mathrm{m}$.

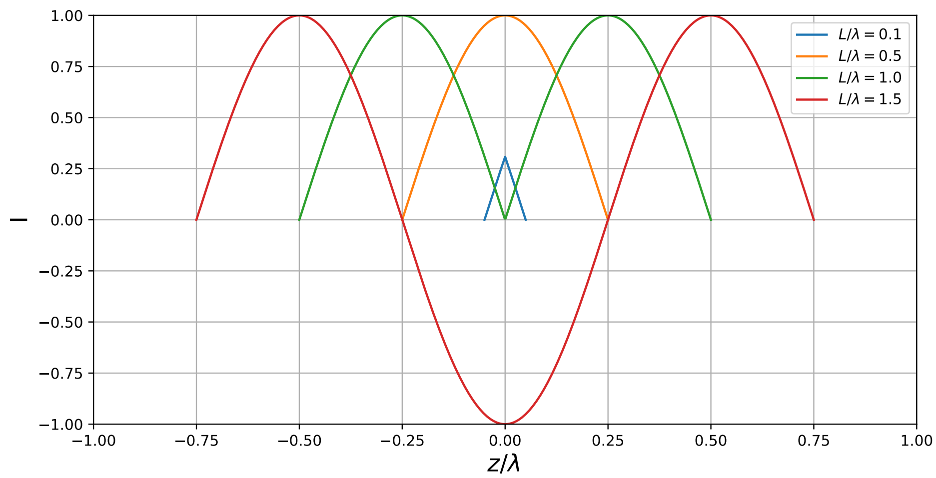
Il est intéressant d'augmenter la longueur des antennes car la puissance émise est proportionnelle au carré de la longueur. Pour des fréquences supérieures à $100\,\mathrm{MHz}$, on utilise des antennes dont la longueur n'est pas petite devant la longueur d'onde. Par exemple, une antenne demi-onde a une longueur égale à $\lambda/2$. Dans le cas général, le facteur angulaire du champ électrique est la fonction suivante :

$$f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{kL}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kL}{2}\right)}{\sin\theta} \tag{21}$$

Le carré de cette fonction permet de tracer le diagramme de rayonnement en fonction du rapport

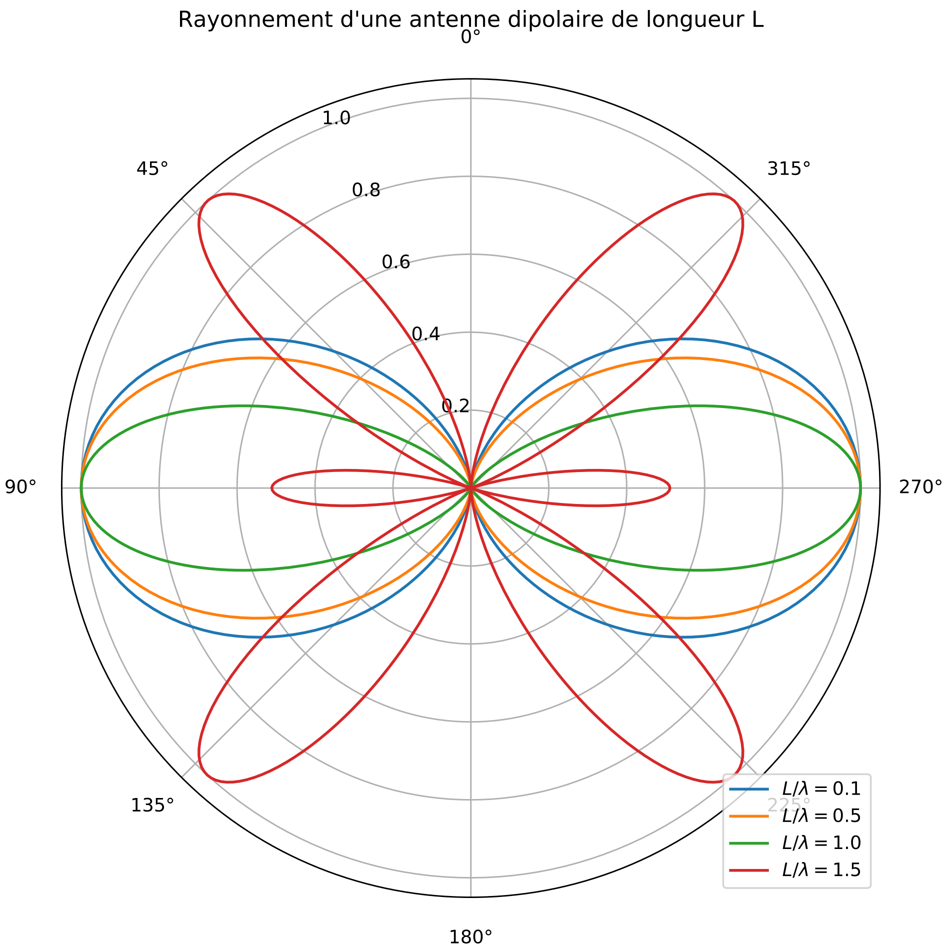
$$\frac{kL}{2} = \pi\frac{L}{\lambda} \tag{22}$$

```
def rho(rapport,theta):
    u = rapport*math.pi
    F = numpy.divide(numpy.cos(u*numpy.cos(theta))-math.cos(u),numpy.sin(theta))
    G = numpy.multiply(F,F)
    return G/G.max()

def I(rapport,z):
    return numpy.sin(math.pi*(rapport-2*numpy.abs(z)))

figure(figsize=(10,5))
for rapport in [0.1,0.5,1.0,1.5]:
    z = numpy.linspace(-rapport/2,rapport/2,500)
    plot(z,I(rapport,z),label=r"$L/\lambda=%0.1f$"%rapport)
xlabel(r"$z/\lambda$",fontsize=16)
ylabel("I",fontsize=16)
legend(loc='upper right')
axis([-1,1,-1,1])
grid()
```




```
figure(figsize=(8,8))
ax = subplot(111, polar=True)
title("Rayonnement d'une antenne dipolaire de longueur L")
```

```
ax.set_theta_offset(numpy.pi/2)
ax.set_rmax(1.0)
ax.grid(True)
theta = numpy.linspace(0.01,2*math.pi,500)
for rapport in [0.1,0.5,1.0,1.5]:
    ax.plot(theta,rho(rapport,theta),label=r"$L/\lambda=%0.1f$"%rapport)
legend(loc='lower right')
```



On voit que la directivité de l'émission augmente avec la longueur de l'antenne. Pour $L > \lambda$, il apparaît des lobes à 45 degrés, qui deviennent prépondérants lorsque la longueur augmente.

2. Émission, absorption et diffusion de la lumière

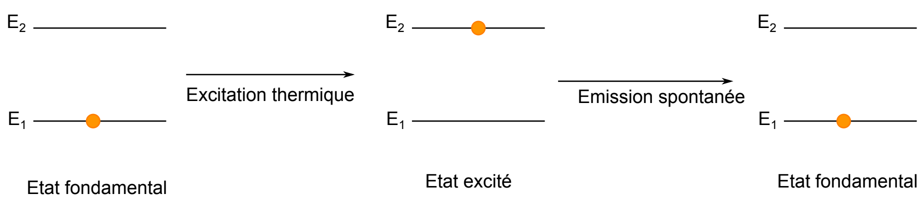
2.a. Introduction

Pour les ondes électromagnétiques visibles, infrarouges et ultraviolettes, les processus d'interaction avec la matière se font à l'échelle atomique ou moléculaire. La physique quantique est nécessaire pour décrire correctement ces phénomènes. On se contente ici d'une description qualitative.

2.b. Émission spontanée

Les électrons dans un atome sont dans des états stationnaires caractérisés par une énergie constante. Lorsque l'atome est dans son état fondamental, les niveaux d'énergie sont occupés par énergie croissante. Le principe d'exclusion de Pauli explique pourquoi un niveau d'énergie donné ne peut contenir qu'un nombre très restreint d'électrons. Un atome peut momentanément passer dans un état excité, dans lequel un de ses électrons occupe un niveau d'énergie plus élevé que dans l'état fondamental. L'énergie nécessaire pour effectuer cette transition est apportée par une collision avec un atome voisin (excitation thermique), ou par un électron d'un courant électrique (excitation par décharge).

Pour simplifier la description, on considère un système ne comportant que deux niveaux d'énergie E_1 et $E_2 > E_1$.



L'état excité est un état instable. L'atome retourne spontanément dans son état fondamental avec un temps caractéristique τ de l'ordre de quelques nanosecondes. Se faisant, il émet un photon dont l'énergie est :

$$E = E_2 - E_1 \tag{23}$$

Ce photon est associée à une onde quasi monochromatique dont la pulsation est donnée par la relation de Planck-Einstein :

$$E = \hbar\omega = hf \tag{24}$$

La constante de Planck réduite (h barre) est la constante de Planck divisée par 2π :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}055 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \tag{25}$$

Le processus d'émission spontanée est aléatoire. Si on observe un grand nombre d'atomes préparés dans le même état excité, le nombre d'atomes se trouvant encore dans l'état excité à l'instant t suit la loi :

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{26}$$

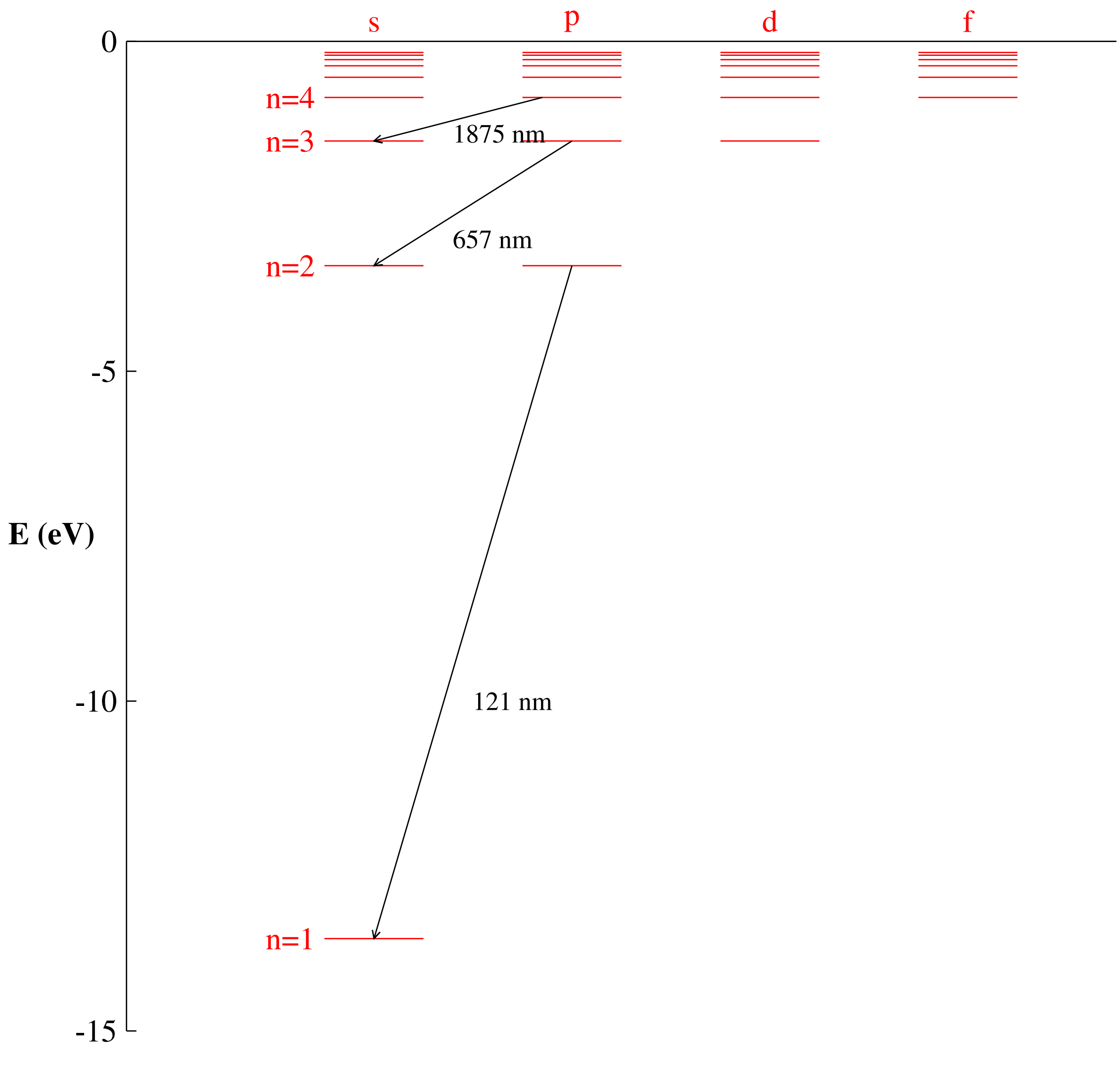
L'onde émise lors de cette transition n'est pas tout à fait monochromatique, car elle a une durée finie. L'onde émise est donc assimilable à un paquet d'ondes dont la durée est de l'ordre de τ. Le spectre de l'onde émis est constitué d'une raie dont la largeur en fréquence (Δf) est approximativement donnée par la relation :

$$\tau \Delta f \simeq 1 \tag{27}$$

La valeur exacte du produit dépend de la forme de la raie et de la manière exacte de définir sa largeur. On retiendra simplement que la largeur en fréquence multipliée par la durée des paquets d'ondes émis est de l'ordre de l'unité.

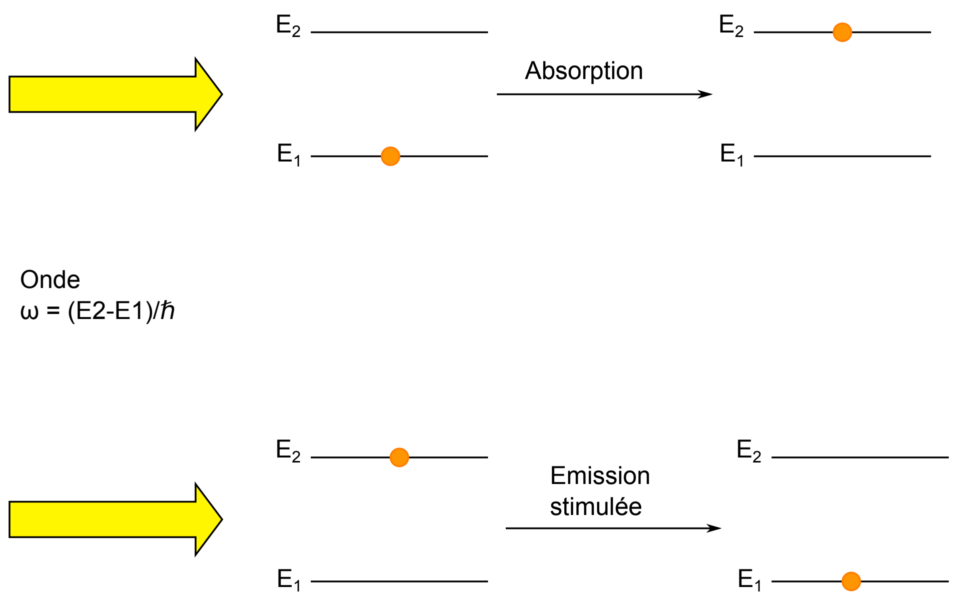
▷ Exercice : Comparer Δf à f dans le domaine du visible avec $\tau = 10\,\mathrm{ns}$.

Le diagramme suivant représente les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène, ainsi que quelques transitions avec la longueur d'onde du photon émis.



2.c. Absorption et émission induite

Lorsqu'un atome est soumis à une onde électromagnétique de pulsation ω, il peut se produire un phénomène de résonance lorsque $\hbar\omega$ est proche d'une différence entre deux niveaux d'énergie électronique. Si le niveau de plus haute énergie est inoccupé, il se produit une *absorption* d'un quantum d'énergie de l'onde. Si au contraire le niveau inférieur est inoccupé, il se produit une *émission stimulée*.

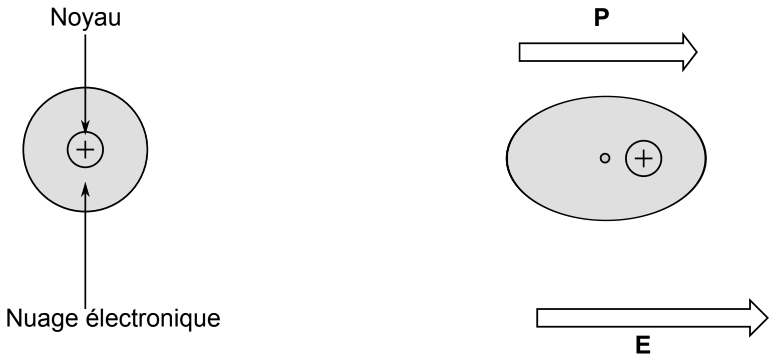


Ce phénomène est analogue à la résonance qui se produit lorsqu'on soumet un circuit RLC à une force électromotrice sinusoïdale, mais le facteur de qualité est beaucoup plus élevé. La résonance ne se produit que pour des pulsations extrêmement proches d'une pulsation propre de l'atome.

L'onde émise lors de l'émission stimulée a la propriété remarquable d'être parfaitement en phase avec l'onde incidente. Un milieu dans lequel les atomes ont un état E_2 en moyenne plus peuplé que l'état E_1 se comporte donc comme un milieu amplificateur d'onde électromagnétique. Ce principe est mis en œuvre dans le *laser*. L'onde qui provoque l'émission stimulée est une onde stationnaire qui se développe dans une cavité, ce qui permet au laser d'émettre des raies spectrales très fines.

2.d. Polarisation induite des atomes et molécules

Lorsque la pulsation de l'onde est assez éloignée d'une pulsation de résonance, elle a un effet sur le nuage électronique des atomes. Il s'agit principalement d'un effet du champ électrique de l'onde, qui déforme légèrement le nuage électronique comme indiqué sur la figure suivante :



La conséquence est un déplacement du barycentre des charges négatives, qui provoque l'apparition d'un moment dipolaire induit proportionnel au champ électrique :

$$\overrightarrow{p} = \alpha \overrightarrow{E} \tag{28}$$

Le coefficient α est la polarisabilité de l'atome. Le champ électrique d'une onde électromagnétique monochromatique oscille à la pulsation ω. Le coefficient de polarisabilité dépend de la pulsation. Le calcul exact de ce coefficient relève de la mécanique quantique, mais un modèle classique approché est possible, consistant à considérer que le nuage électronique est assimilable à une charge négative reliée au noyau par une force élastique.

L'atome se présente alors comme un dipôle oscillant de moment dipolaire complexe :

$$\underline{p}(t) = \alpha(\omega) E_0 e^{-i\omega t} \tag{29}$$

où E_0 est l'intensité du champ électrique de l'onde incidente. Les ondes rayonnées par ces dipôles oscillants s'ajoutent à l'onde excitatrice. À l'échelle macroscopique, cette superposition se traduit par différents phénomènes :

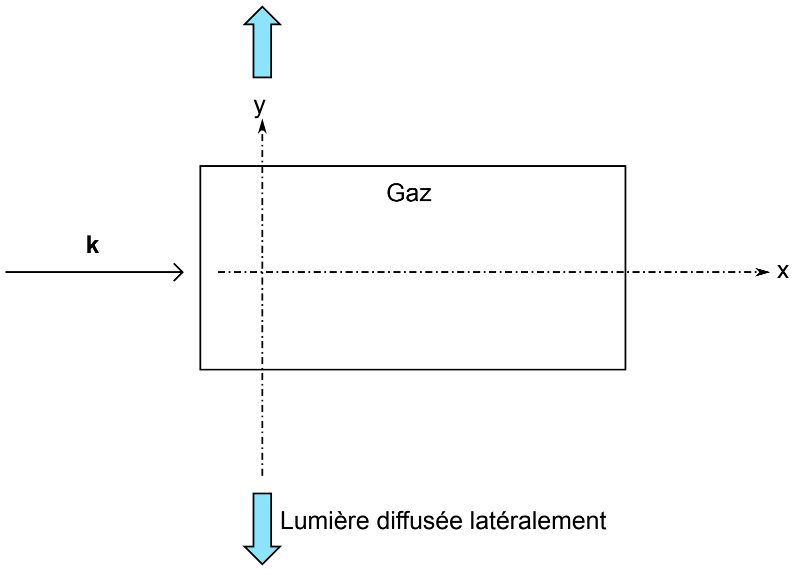
- ▷ La diffusion Rayleigh.
- ▷ Le changement de la vitesse de phase.
- ▷ Les phénomènes de réflexion et de réfraction à la frontière entre deux milieux différents.

2.e. Diffusion de Rayleigh

D'une manière générale, la diffusion de la lumière se produit lorsque le milieu de propagation présente des inhomogénéités. La diffusion de Rayleigh (physicien Anglais 1842-1919) est un type particulier de diffusion, se produisant lorsque les inhomogénéités ont une taille petite devant la longueur d'onde. C'est le cas lorsqu'on se place à l'échelle atomique, car la longueur d'onde dans le visible est environ 1000 fois plus grande que la taille des atomes. L'exposé de la théorie de Rayleigh ne peut être donné ici, mais on peut en donner une présentation simplifiée en considérant la puissance moyenne émise par un dipôle rayonnant, en remplaçant le moment dipolaire par le moment dipolaire induit :

$$P = \frac{E_0^2 \alpha^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} \tag{30}$$

Considérons un milieu gazeux éclairé par une onde plane progressive monochromatique non polarisée. Une onde non polarisée est un mélange d'ondes ayant des directions différentes (aléatoires) de champ électrique.



Les dipôles induits sont perpendiculaires au vecteur d'onde incident mais n'ont pas de direction privilégiée dans le plan transverse YZ. Ils n'ont pas de composante selon l'axe x. Un observateur situé sur le côté et visant dans la direction Y voit la lumière diffusée latéralement (à 90 degrés de la direction incidente). Le champ électrique rayonné par un dipôle est dans le plan méridien contenant à la fois le point d'observation et le moment dipolaire. Il s'en suit que le champ électrique pour cet observateur latéral est toujours dans le plan YZ. Il voit donc une onde polarisée rectilignement dans la direction Z.

Lorsque la lumière éclairant le milieu est polychromatique (par exemple la lumière solaire), la diffusion est plus efficace pour les pulsations élevées. Si l'on suppose que la polarisabilité ne dépend pas de la fréquence, la puissance diffusée est proportionnelle à la puissance 4 de la fréquence. Les longueurs d'onde bleues sont environ 9 fois plus diffusées que les longueurs d'onde rouges. La lumière diffusée a donc une couleur bleue. La couleur bleue du ciel est en grande partie due à la diffusion Rayleigh par les molécules d'oxygène et d'azote. La couleur diffusée par le ciel présente une polarisation rectiligne lorsqu'on l'observe perpendiculairement aux rayons du Soleil.

D'un point de vue quantique, la diffusion de Rayleigh se produit lorsqu'un photon dont l'énergie est très faible devant la différence des deux niveaux rencontre un atome :

$$\hbar\omega \ll E_2 - E_1 \tag{31}$$

Le photon subit une diffusion inélastique, c'est-à-dire qu'il repart en changeant de direction mais en gardant la même énergie. Le traitement précis de la diffusion de Rayleigh relève de l'électrodynamique quantique, mais le résultat obtenu est très voisin de celui donné par le modèle du dipôle oscillant, en particulier la dépendance en ω^4 de l'efficacité de la diffusion.

2.f. Indice d'un milieu continu

En phase condensée, la diffusion latérale est souvent très faible. La plus grande partie de l'énergie de la lumière traverse le milieu dans la direction de l'onde incidente. Dans cette direction, le rayonnement des dipôles atomiques contribue de manière très importante à l'onde résultante. On obtient une onde qui se propage dans la direction et le sens de l'onde incidente, mais avec un changement de la vitesse de phase.

Si l'on fait abstraction des phénomènes de diffusion, le milieu de propagation peut être traité comme un milieu continu homogène, caractérisé par un indice de réfraction n. Celui-ci est lié à polarisabilité atomique par la relation de Lorentz-Lorenz :

$$\alpha = \frac{3\epsilon_0}{N}\frac{n^2-1}{n^2+2} \tag{32}$$

$\triangleright$ Exercice : L'indice de l'air à pression atmosphérique et à 15 degrés celcius est $n = 1,0002929$ (pour une raie jaune du sodium). Calculer la polarisabilité (moyenne) des molécules de l'air.

où N est le nombre de molécules par unité de volume. Dans un milieu transparent, l'indice est réel. Il dépend légèrement de la pulsation de l'onde car la polarisabilité en dépend. La vitesse de phase de l'onde est alors :

$$V_\phi = \frac{c}{n} \tag{33}$$

Cette dernière relation peut être considérée comme la définition de l'indice de réfraction. Les propriétés de réflexion et de réfraction à la frontière entre deux milieux différents en découlent.

Dans un milieu matériel, les photons ont bien une vitesse égale à c (vitesse de la lumière dans le vide), mais ils ne se propagent pas en ligne droite dans la direction de propagation de l'onde résultante. La vitesse moyenne d'un photon dans la direction de propagation de l'onde est la vitesse de groupe, qui est inférieure à c.